



T.C.

ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
DOKTORA TEZİ

BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK
MATRİSLERİN MAKİNE ÖĞRENİMİNE
UYGULAMALARI

Samet MEMİŞ

Matematik Anabilim Dalı

ÇANAKKALE

T.C.
ÇANAKKALE ONSEKİZ MART ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
DOKTORA TEZİ

BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK
MATRİSLERİN MAKİNE ÖĞRENİMİNE
UYGULAMALARI

Samet MEMİŞ

Matematik Anabilim Dalı

Tezin Sunulduğu Tarih: 11/01/2021

Tez Danışmanı:

Dr. Öğr. Üyesi Serdar ENGİNOĞLU

İkinci Tez Danışmanı:

Dr. Öğr. Üyesi Uğur ERKAN

ÇANAKKALE

Samet MEMİŞ tarafından Dr. Öğr. Üyesi Serdar ENGİNOĞLU yönetiminde ve Dr. Öğr. Üyesi Uğur ERKAN ikinci danışmanlığında hazırlanan ve **11/01/2021** tarihinde aşağıdaki jüri karşısında sunulan **“Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrislerin Makine Öğrenimine Uygulamaları”** başlıklı çalışma, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü **Matematik Anabilim Dalı’nda DOKTORA TEZİ** olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

JÜRİ

Doç. Dr. Faruk KARAASLAN

Başkan

Doç. Dr. Çetin CAMCI

Üye

Doç. Dr. Can AKTAŞ

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Kemal ADEM

Üye

Dr. Öğr. Üyesi Serdar ENGİNOĞLU

Üye

Doç. Dr. Pelin KANTEN

Müdür V.

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Sıra No:.....

Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı tarafından Yurtiçi Öncelikli Alanlar Doktora Burs Programı kapsamında desteklenmiştir (TÜBİTAK-BİDEB, 2211-C).

İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI

Bu tezde görsel, işitsel ve yazılı biçimde sunulan tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uyularak tarafımdan elde edildiğini, tez içinde yer alan ancak bu çalışmaya özgü olmayan tüm sonuç ve bilgileri tezde kaynak göstererek belirttiğimi beyan ederim.

Samet MEMİŞ

TEŞEKKÜR

Bu tezin gerçekleştirilmesinde, çalışmam boyunca benden bir an olsun yardımlarını esirgemeyen, farklı, özgün ve bilimsel bakış açıları kazandırmanın yanı sıra bir matematikçi gibi düşünmeyi ve problemlere bir matematikçi bakış açısı ile bakabilmeyi tam manasında öğreten, matematik ve farklı disiplinleri ortak çalışabilmem konusunda beni her zaman destekleyen saygıdeğer danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Serdar ENGİNOĞLU'na, matematiği bilgisayar bilimlerine uygulayabilmem konusunda yol gösterici ve destekleyici olan, bana bir mühendis gibi düşünebilmeyi ve problemlere bir mühendis gibi yaklaşabilmeyi öğreten saygıdeğer ikinci danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Uğur ERKAN'a, değerli zamanlarını ayırarak tecrübeleri ve görüşleri sayesinde bu tez çalışmasının gelişmesine önemli ölçüde katkı sağlayan saygıdeğer Tez İzleme Komitesi ve Tez Savunma Jüri Üyeleri Doç. Dr. Faruk KARAASLAN, Doç. Dr. Çetin CAMCI, Doç. Dr. Can AKTAŞ ve Dr. Öğr. Üyesi Kemal ADEM hocalarıma, bu çalışmanın tamamlanmasında ve düzeltmelerinde emegi geçen Tuğçe AYDIN ve Burak ARSLAN'a, her zaman maddi ve manevi desteği ile yanımda olan saygıdeğer hocam Dr. Cumali YAŞAR'a, doktora öğrenimine başlayabilmem konusundaki katkısının yanı sıra hem bir arkadaş hem de bir abi olarak hayatımda desteğini her zaman hissettiğim Sinan VERBOZ'a, çalışma süresince varlığıyla ve desteğiyle bana güç veren ve tüm zorlukları benimle göğüsleyen Ebru SOYAK'a ve hayatımın her evresinde bana destek olan değerli ablam Yasemin MEMİŞ'e, babam Salih MEMİŞ'e ve annem Asuman MEMİŞ'e sayılamaz, sonsuz ve sınırsız teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, bu tez çalışması "Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) 2211-C Öncelikli Alanlara Yönelik Yurt İçi Doktora Burs Programı" tarafından "Yapay Zekâ ve Makine Öğrenmesi" öncelikli alanı kapsamında desteklenmiştir. Doktora öğrenimimin tez aşaması süresince verdiği burs desteği için TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Samet MEMİŞ
Çanakkale, Ocak 2021

SİMGELER VE KISALTMALAR

$\text{graf}(\mu)$	x, μ fonksiyonunun tanım kümesinin bir elemanı olmak üzere $(x, \mu(x))$ sıralı ikililerinden oluşan küme
$\mu^{(x)}_x$	$(x, \mu(x))$ sıralı ikililerinin farklı bir gösterimi
E	Parametre kümesi
U	Evrensel küme
f -küme	Bulanık küme
$fpfs$ -küme	Bulanık parametrelili bulanık esnek küme
$fpfs$ -matris	Bulanık parametrelili bulanık esnek matris
$F(E)$	E üzerindeki tüm bulanık kümelerin kümesi
$FPFS_E(U)$	U üzerinde E ile parametrelendirilmiş tüm bulanık parametrelili bulanık esnek kümelerin kümesi
$FPFS_E[U]$	U üzerinde E ile parametrelendirilmiş tüm bulanık parametrelili bulanık esnek matrislerin kümesi
$\tilde{\subseteq}$	Bulanık alt küme
$\tilde{\subset}$	Bulanık öz alt küme
$[\lambda]$	λ - $fpfs$ -matris
$[0]$	Boş $fpfs$ -matris
$[1]$	Evrensel $fpfs$ -matris
I_m	$m \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $I_m := \{1, 2, \dots, m\}$
I_m^*	$m \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $I_m^* := \{0, 1, \dots, m\}$
kNN	k-en yakın komşu (k-nearest neighbor)
Fuzzy kNN	Bulanık k-en yakın komşu (Fuzzy k-nearest neighbor)
SVM	Destek vektör makinesi (Support vector machine)
Fuzzy SVM	Bulanık destek vektör makinesi (Fuzzy support vector machine)
RF	Rastgele orman (Random forest)
WkNN	Ağırlıklandırılmış k-en yakın komşu (Weighted k-nearest neighbor)
ENN	Genişletilmiş en yakın komşu (Extended nearest neighbor)
PIFWkNN	Parametreden bağımsız bulanık ağırlıklı k-en yakın komşu (Parameter independent fuzzy weighted k-nearest neighbor)
ADAKNN	Uyarlamalı k-en yakın komşu (Adaptive k-nearest neighbor)

ADAKNN2+GIHS	Küresel dengesizlik yönetimi şeması ile uyarlamalı k-en yakın komşu 2 (Adaptive k-nearest neighbor 2 with global imbalance handling scheme)
FSSC	Bulanık esnek küme tabanlı sınıflandırıcı (Fuzzy soft set classifier)
FussCyier	Bulanık esnek kümelerin mesafe bazlı benzerlik ölçümünü kullanan sınıflandırıcı (Classifier using similarity measure of fuzzy soft set based distance measure)
HDFSSC	Hamming mesafesini kullanan bulanık esnek küme sınıflandırıcısı (Classifier based on fuzzy soft set using hamming distance)
WRkNN	Ağırlıklı temsil tabanlı kNN (Weighted representation-based k-nearest neighbor)
WLMRkNN	Ağırlıklı yerel ortalama temsili tabanlı kNN (Weighted local mean representation-based k-nearest neighbor)
EigenClass	Genelleştirilmiş özdeğere dayalı sınıflandırıcı (Eigen classification method)
UCI	Kaliforniya Üniversitesi Irvine (University of California, Irvine)
TP	Doğru pozitif (True Positive)
TN	Doğru negatif (True Negative)
FP	Yanlış pozitif (False Positive)
FN	Yanlış negatif (False Negative)
Acc	Doğruluk (Accuracy)
Pre	Kesinlik (Precision)
Rec	Duyarlık (Recall)
MacF	Makro F-skor (Macro F-score)
MicF	Mikro F-skor (Micro F-score)
SD	Standart sapma

ÖZET

BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK MATRİSLERİN MAKİNE ÖĞRENİMİNE UYGULAMALARI

Samet MEMİŞ

Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı Doktora Tezi

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Serdar ENGİNOĞLU

İkinci Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Uğur ERKAN

11/01/2021, 80

Bu çalışmada, ilk olarak, bulanık parametrelili bulanık esnek matrisler (*fpfs*-matrisler) üzerinde quasi-metrik, semi-metrik, pseudo-metrik ve metrik kavramları tanımlandı ve *fpfs*-matrisler üzerinde sekiz pseudo-metrik önerildi. Ardından, *fpfs*-matrisler üzerinde quasi-benzerlik, semi-benzerlik, pseudo-benzerlik ve benzerlik kavramları tanımlandı ve *fpfs*-matrisler üzerinde sekiz pseudo-benzerlik önerildi. Daha sonra, bu yeni kavramlar ve son zamanlarda *fpfs*-matrisler uzayına yapılandırılmış iki esnek karar verme metodu makine öğrenimindeki sınıflandırma problemlerine uygulandı. Sınıflandırma problemleri için FPFSCC, FPFNHC, FPFSEC, FPFSCMC, FPFSAAC ve FPFSA-kNN olmak üzere toplamda altı makine öğrenimi algoritması geliştirildi. Geliştirilen algoritmaların simülasyonları için UCI makine öğrenimi veritabanındaki veri setleri ve doğruluk, kesinlik, duyarlılık, makro F-skor ve mikro F-skor performans metrikleri kullanıldı. Sonrasında, önerilen yöntemlerin performans sonuçları, iyi bilinen ve güncel yöntemlerin performans sonuçlarıyla karşılaştırıldı. Friedman ve Nemenyi post-hoc testleri kullanılarak performans sonuçlarının istatistiksel değerlendirmesi yapıldı ve Nemenyi post-hoc testinin kritik diyagramları sunuldu. Performans sonuçları ve istatistiksel değerlendirmeler önerilen yöntemlerin göz önüne alınan veri setlerinde diğer yöntemlerden daha başarılı olduğunu göstermektedir. Son olarak, gelecek çalışmalar için önerilen yöntemler hakkında bir tartışmaya yer verildi.

Anahtar sözcükler: Esnek Kümeler, *fpfs*-matrisler, Mesafe Ölçümleri, Benzerlik Ölçümleri, Makine Öğrenimi, Denetimli Öğrenme

ABSTRACT

APPLICATIONS OF FUZZY PARAMETERIZED FUZZY SOFT MATRICES TO MACHINE LEARNING

Samet MEMİŞ

Çanakkale Onsekiz Mart University

School of Graduate Studies

Doctoral Dissertation in Mathematics

Supervisor: Asst. Prof. Serdar ENGİNOĞLU

Co-Supervisor: Asst. Prof. Uğur ERKAN

01/11/2021, 80

In this study, first, the concepts of quasi-metric, semi-metric, pseudo-metric, and metric over fuzzy parameterized fuzzy soft matrices (*fpfs*-matrices) were defined, and eight pseudo-metrics over *fpfs*-matrices were proposed. Then, the concepts of quasi-similarity, semi-similarity, pseudo-similarity, and similarity over *fpfs*-matrices were defined, and eight pseudo-similarities over *fpfs*-matrices were proposed. Afterwards, these new concepts and two soft decision-making methods configured to *fpfs*-matrices space recently were applied to classification problems in machine learning. Six machine learning algorithms, i.e., FPFSCC, FPFNHC, FPFSEC, FPFSCMC, FPFSAAC, and FPFSA-kNN, were developed for classification problems. The datasets in UCI machine learning repository and the performance metrics such as accuracy, precision, recall, macro F-score, and micro F-score were used for their simulations. Thereafter, the results of the proposed methods were compared with those of the well-known and state-of-the-art methods. The statistical evaluations of the performance results were carried out utilizing Friedman and Nemenyi post hoc tests, and the critical diagrams of Nemenyi post hoc test were presented. The performance results and their statistical evaluations showed that the proposed methods outperformed the others in the considered datasets. Finally, the proposed methods were discussed for further research.

Keywords: Soft Sets, *fpfs*-matrices, Distance Measures, Similarity Measures, Machine Learning, Supervised Learning

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
TEZ SINAVI SONUÇ FORMU.....	ii
İNTİHAL (AŞIRMA) BEYAN SAYFASI.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	v
ÖZET	vii
ABSTRACT.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
TABLolar DİZİNİ	xii
BÖLÜM 1	
GİRİŞ	1
BÖLÜM 2	
ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	5
BÖLÜM 3	
TEMEL KAVRAMLAR.....	9
3.1. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrisler	9
3.2. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrisler Yoluyla Tanımlanan sMBR01 ve CCE10 Esnek Karar Verme Metotları	11
BÖLÜM 4	
BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK MATRİSLERİN MESAFE VE BENZERLİK ÖLÇÜMLERİ.....	12
4.1. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrislerin Mesafe Ölçümleri.....	12
4.2. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrislerin Mesafeye Dayalı Benzerlik Ölçümleri.....	22
BÖLÜM 5	
MATERYAL VE YÖNTEM	27
5.1. Temel Tanımlar ve Notasyonlar	27
5.2. UCI Veri Tabanı Veri Setleri.....	30
5.3. Performans Metrikleri	30
5.4. Simülasyon Süreci	31
5.5. İstatistiksel Değerlendirme.....	32
BÖLÜM 6	
BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK MATRİSLERİN BENZERLİK ÖLÇÜMLERİNİN MAKİNE ÖĞRENİMİNE UYGULANMASI.....	34
6.1. Chebyshev Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı.....	34
6.1.1. FPFSCC Algoritması.....	34

6.1.2. FPFSCC Simülasyon Sonuçları	36
6.1.3. FPFSCC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi	37
6.2. Hamming Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı.....	38
6.2.1. FPFNHC Algoritması.....	38
6.2.2. FPFNHC Simülasyon Sonuçları	40
6.2.3. FPFNHC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi.....	42
6.3. Euclidean Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı.....	43
6.3.1. FPFSEC Algoritması.....	43
6.3.2. FPFSEC Simülasyon Sonuçları	45
6.3.3. FPFSEC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi.....	47
BÖLÜM 7	
BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK KARAR VERME METOTLARININ MAKİNE ÖĞRENİMİNE UYGULANMASI	49
7.1. Karşılaştırma Matrisi Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı	49
7.1.1. FPFSCMC Algoritması	49
7.1.2. FPFSCMC Simülasyon Sonuçları.....	50
7.1.3. FPFSCMC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi	54
7.2. Birleştirme Operatörü Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı	55
7.2.1. FPFSAAC Algoritması.....	55
7.2.2. FPFSAAC Simülasyon Sonuçları	57
7.2.3. FPFSAAC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi	60
BÖLÜM 8	
BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK MATRİSLERİN MESAFE ÖLÇÜMLERİNİN MAKİNE ÖĞRENİMİNE UYGULANMASI.....	62
8.1. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek k-En Yakın Komşu Sınıflandırıcısı	62
8.1.1. FPF-kNN Algoritması	62
8.1.2. FPF-kNN Simülasyon Sonuçları.....	64
8.1.3. FPF-kNN Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi	67
BÖLÜM 9	
SONUÇ VE ÖNERİLER.....	69
KAYNAKLAR.....	72
EKLERİ	I
Ek 1. Önerilen Pseudo-Metrik Fonksiyonlarının MATLAB Kodları	II
Ek 2. Önerilen Pseudo-Benzerlik Fonksiyonlarının MATLAB Kodları.....	VII
Ek 3. Geliştirilen Algoritmaların MATLAB Kodları.....	X
ÖZGEÇMİŞ	XVI

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa No
Şekil 1. Makine öğrenimi türleri (Anisimova, 2019, 27 Kasım).....	2
Şekil 2. Nemenyi testi kritik diyagram örneği.....	33
Şekil 3. FPFSCC algoritma akış şeması	35
Şekil 4. FPFSCC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları	38
Şekil 5. FPFNHC algoritma akış şeması	39
Şekil 6. FPFNHC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları.....	43
Şekil 7. FPFSEC algoritma akış şeması	44
Şekil 8. FPFSEC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları.....	48
Şekil 9. FPFSCMC algoritma akış şeması.....	49
Şekil 10. FPFSCMC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları	54
Şekil 11. FPFSCMC algoritma akış şeması	56
Şekil 12. FPFSCMC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları	61
Şekil 13. kNN (a) ve FPFS-kNN (b) çalışma prensipleri	62
Şekil 14. FPFS-kNN algoritma akış şeması.....	63
Şekil 15. FPFS-kNN'nin Nemenyi testi kritik diyagramları	67

TABLÖLAR DİZİNİ

	Sayfa No
Tablo 1. Simülasyonlarda kullanılan UCI veri setlerinin özellikleri.....	30
Tablo 2. $k > 5$ ve $N > 10$ için Friedman testi kritik değerleri (Zar, 2010)	33
Tablo 3. $k \leq 5$ veya $N \leq 10$ için Friedman testi kritik değerleri (Martin, Leblanc ve Toan, 1993)	33
Tablo 4. FPFSCC'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları.....	36
Tablo 5. FPFSCC'nin performans avantaj skorları.....	37
Tablo 6. FPFNHC'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları.....	41
Tablo 7. FPFNHC'nin performans avantaj skorları.....	42
Tablo 8. FPFSEC'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları.....	46
Tablo 9. FPFSEC'nin performans avantaj skorları.....	47
Tablo 10. FPFSCMC'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları	51
Tablo 11. FPFSCMC'nin performans avantaj skorları	53
Tablo 12. FPFSAK'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları	58
Tablo 13. FPFSAK'nin performans avantaj skorları.....	59
Tablo 14. FPFK-kNN'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları	66
Tablo 15. Göz önüne alınan veri setlerindeki ortalama performans ve çalışma süresi sonuçları	70

BÖLÜM 1

GİRİŞ

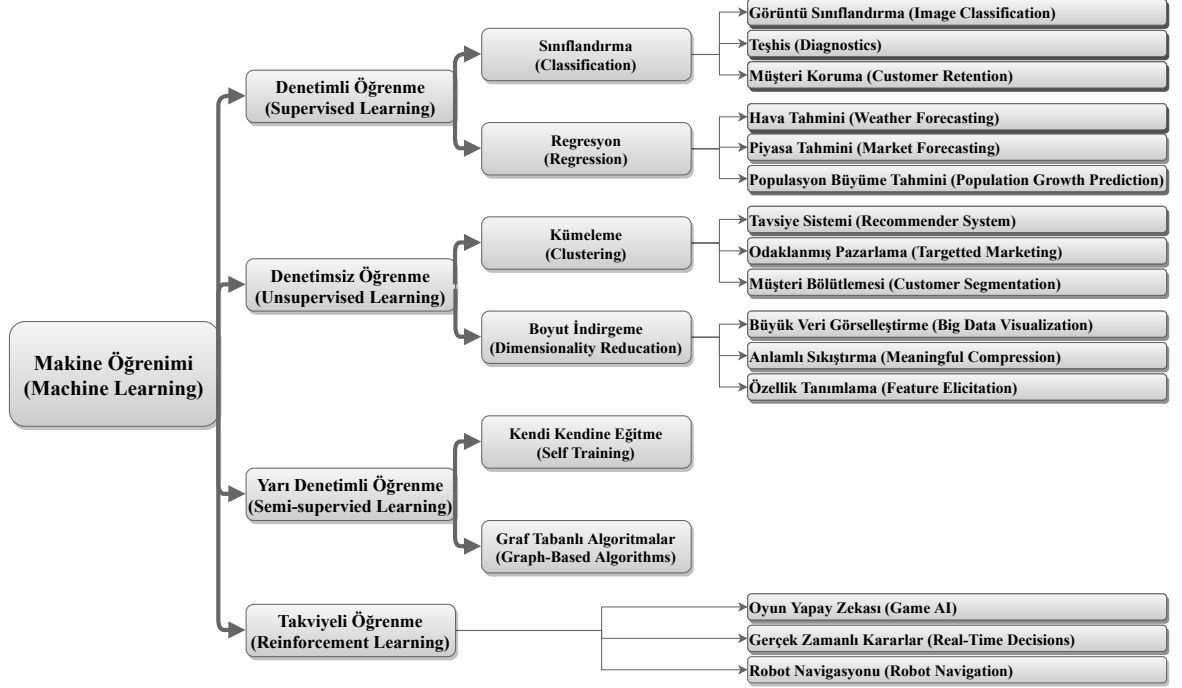
Gelişen teknoloji ile günümüzde internet kullanan cihazların ve bu cihazları kullanan insanların sayısı önemli ölçüde artmıştır. Artan teknolojiyle cihazların ürettiği verileri toplamak kolaylaşmış olsa da üretilen veri sayısı daha büyük bir ölçekte artmaktadır. Bu durum ise toplanan bu verilerden anlamlı bilgi edinebilme konusunu odak noktası yapmış ve büyük veri (big data) kavramının ortaya çıkmasını sağlamıştır. Depolanan veri sayısının bu şekilde artması nedeniyle bu verilerden anlamlı bilgiler çıkarmak insan zekâsını aşan bir durum hâline gelmiştir. Bu yüzden, bilim insanları büyük verilerden anlamlı veriler çıkarabilmek için bilgisayarların insan gibi düşünebilmesine olanak sağlayan makine öğrenimine (machine learning) ve yapay zekâyâ (artificial intelligence) ihtiyaç duymuştur.

“Makineler düşünebilir mi?” sorusunu ilk olarak Turing (1950) gündeme getirmiştir. Samuel (1959) ise makine öğrenimini: “Makinelerin programlanmadığı sonuçları öğrenebilme kabiliyeti” şeklinde tanımlamıştır. Esas olarak, 1959 yılında makine öğrenimi yapay zekâda sayısal öğrenme ve model tanıma çalışmalarından geliştirilen yapay zekânın bir alt dalı olarak ortaya çıkmıştır. 1990’larda makine öğrenimi ayrı bir alan olarak gelişmeye başlamıştır. Makine öğrenimi eğitim esnasında aldığı denetim miktarına göre, denetimli öğrenme (supervised learning), denetimsiz öğrenme (unsupervised learning), yarı-denetimli öğrenme (semi-supervised learning) ve takviyeli öğrenme (reinforcement learning) olarak dört alt alana ayrılmaktadır (Şekil 1).

Denetimli Öğrenme, örnek girdi-çıkı çiftlerine dayalı olarak bir girdiyi bir çıktıya eşleyen bir fonksiyonu öğrenmeye yönelik makine öğrenimi türüdür. Örneğin, girdiler kamera görüntüleri olabilir ve her birine “otobüs” veya “yaya” vb. yazan bir çıktı eşlik eder. Buna benzer çıktılara etiket denir. Model, ona yeni bir görüntü verildiğinde uygun etiketi tahmin eden bir fonksiyon öğrenir (Russell ve Norvig, 2020). Burada model, eğitim verisi olarak bir dizi etiketli verileri alır ve etiketsiz tüm örnekler için tahminlerde bulunur. Bu senaryo, sınıflandırma, regresyon ve sıralama problemleriyle ilişkili en yaygın senaryodur. E-posta sistemlerindeki spam algılama problemi, denetimli öğrenmenin bir örneğidir (Mehryar, Rostamizadeh ve Talwalkar, 2018).

Denetimsiz Öğrenme, herhangi bir geri bildirim olmaksızın, yani etiketsiz verileri kullanarak her bir girdiye bir etiket atayan makine öğrenimi türüdür. Burada model, yalnızca etiketlenmemiş eğitim verilerini alır ve tüm etiketsiz örnekler için tahminlerde bulunur. Genel olarak bu ortamda etiketli bir örnek bulunmadığından, bir modelin

performansını nicel olarak değerlendirmek zor olabilir. Kümeleme ve boyut indirgeme, denetimsiz öğrenme problemlerine örnektir (Mehryar ve diğerleri, 2018). Kümeleme yaygın olarak kullanılmaktadır. Örneğin bir bilgisayarlı görme sistemine, internetten alınan milyonlarca resim gösterildiğinde, sistem İngilizce konuşan birinin “cats” diyeceği benzer görüntülerin büyük bir kümesini tanımlayabilir (Russell ve Norvig, 2020).



Şekil 1. Makine öğrenimi türleri (Anisimova, 2019, 27 Kasım)

Yarı-Denetimli Öğrenme, hem etiketli hem etiketsiz verileri kullanarak girdiye bir etiket atayan makine öğrenimi türüdür. Model, hem etiketli hem de etiketsiz verilerden oluşan bir eğitim dizisini alır ve tüm etiketsiz örnekler için tahminlerde bulunur. Yarı-denetimli öğrenme, etiketlenmemiş verilere kolayca erişilebilen ancak etiketlerin elde edilmesinin pahalı olduğu ortamlarda yaygındır. Sınıflandırma, regresyon veya sıralama problemleri de dâhil olmak üzere uygulamalarda ortaya çıkan çeşitli problem türleri, yarı-denetimli öğrenme örnekleri olarak verilebilir (Mehryar ve diğerleri, 2018). Kendi kendine eğitim ve graf tabanlı algoritmalar yarı-denetimli öğrenmeye örnektir.

Takviyeli Öğrenme, içerisinde ödüle dayalı bir öğrenme barındıran makine öğrenimi türüdür. Burada model, bilgi toplamak için çevre ile aktif bir şekilde etkileşime girer, bazı durumlarda çevreyi etkiler ve her eylem için anında bir ödül alır. Modelin amacı, çevre ile etkileşiminde kazandığı ödülü en üst düzeye çıkarmaktır. Bununla birlikte, ortam tarafından uzun vadeli bir ödül geri bildirimi sağlanmamaktadır ve model, daha fazla bilgi elde etmek için bilinmeyen eylemleri keşfetmek (exploration) ile önceden öğrenilmiş olan bilgileri

kullanmak (exploitation) arasında seçim yapması gerektiğinden, keşif ve mevcut bilgiden istifade ikilemiyle karşı karşıyadır (Mehryar ve diğerleri, 2018). Oyun yapay zekâsı ve gerçek zamanlı kararlar takviyeli öğrenmeye örnektir.

Yukarıda bahsi geçen alanlardan denetimli öğrenme ve denetimsiz öğrenme yaygın olarak çalışılmaktadır. Özellikle denetimli öğrenme türlerinden olan sınıflandırma problemi üzerine geliştirilen k -en yakın komşuluk (kNN) (Cover ve Hart, 1967; Fix ve Hodges, 1951), destek vektör makinesi (SVM) (Cortes ve Vapnik, 1995), ve rastgele orman (RF) (Breiman, 2001) gibi makine öğrenimi yöntemleri yaygın olarak bilinmekte ve bu yöntemler otizm spektrum bozukluğu teşhisi, desen tanıma ve hatalı ürün tahmini gibi çok çeşitli alanlara uygulanmaktadır (Erkan ve Thanh, 2019; Fraiman, Justel ve Svarc, 2010; Şanlıtürk, 2018; Zhang ve diğerleri, 2017).

Makine öğrenimi türlerindeki problemler de dâhil olmak üzere günlük hayatta belirsizlik içeren pek çok problem ile karşılaşılmaktadır. Bulanık kümeler (Zadeh, 1965) ve esnek kümeler (Molodtsov, 1999) bu problemleri modelleyebilmek ve üstesinden gelebilmek için geliştirilen matematiksel araçlar arasındadır. Bulanık küme teorisinin ortaya atılması ve yaygınlaşması sayesinde varolan yöntemlerin Fuzzy kNN (Keller, Gray ve Givens, 1985) ve Fuzzy SVM (Lin ve Wang, 2002) gibi hibrit ve yeni versiyonları geliştirilmiştir. Esnek kümelerin 1999 yılında ortaya atılmasından günümüze kadar geçen süreçte üzerine çok çeşitli çalışmalar yapılmış ve bulanık esnek küme (Çağman, Enginoğlu ve Çıtak, 2011b; Maji, Biswas ve Roy, 2001), bulanık parametrelili esnek küme (Çağman, Çıtak ve Enginoğlu, 2011a) ve bulanık parametrelili bulanık esnek küme (*fpfs*-küme) (Çağman, Çıtak ve Enginoğlu, 2010) gibi hibrit versiyonları ortaya atılmıştır. Ancak yüksek miktarda veriyi insan zekâsıyla işlemek mümkün olmadığından, bu miktarda veriyi bilgisayarlarda işleyebilmek için esnek matris (Çağman ve Enginoğlu, 2010a), bulanık esnek matris (Çağman ve Enginoğlu, 2012) ve bulanık parametrelili bulanık esnek matris (*fpfs*-matris) (Enginoğlu ve Çağman, 2020) gibi matris kavramları ortaya atılmıştır. Parametrelerin ağırlıklarını da sürece dâhil edebilen *fpfs*-matrisler bu yeteneğiyle diğerleri arasında öne çıkmaktadır. Yazında esnek kümeler ve bulanık esnek kümeler yoluyla bazı makine öğrenimi algoritmaları (Handaga, Onn ve Herawan, 2012; Lashari, Ibrahim ve Senan, 2017; Mushrif, Sen Gupta ve Ray, 2006; Yanto, Seadudin, Lashari ve Haviluddin, 2018) geliştirilmiş olsa da bu çalışmalar hem çok kısıtlı hem de genel olarak başarısı düşük kalmıştır. Bu nedenle, bu tez çalışmasında, hem diğerlerine göre daha güncel hem de parametrelerin ve alternatiflerin de belirsizlik içerdiği problemleri daha başarılı bir şekilde modelleyebilen *fpfs*-matrislerin makine öğrenimindeki sınıflandırma problemine uygulanması üzerine odaklanılmıştır.

Bu tez çalışmasının ikinci bölümünde, makine öğrenimindeki sınıflandırma problemi, esnek kümeler ve *fpfs*-matrisler üzerine yapılan çalışmalar incelendi. Bölüm 3'te, çalışmanın diğer bölümlerinde ihtiyaç duyulacak temel kavramlar ve tanımlara yer verildi. Bölüm 4'te, *fpfs*-matrisler üzerinde quasi-metrik, semi-metrik, pseudo-metrik ve metrik kavramları tanımlandı, *fpfs*-matrisler üzerinde sekiz pseudo-metrik önerildi ve bu pseudo-metriklerin temel özellikleri incelendi. Bölüm 5'te, *fpfs*-matrisler üzerinde quasi-benzerlik, semi-benzerlik, pseudo-benzerlik ve benzerlik kavramları tanımlandı, *fpfs*-matrisler üzerinde sekiz pseudo-benzerlik önerildi ve pseudo-benzerliklerin temel özellikleri incelendi. Bölüm 6'da *fpfs*-matrislerin benzerlik ölçümleri makine öğrenimindeki sınıflandırma problemine uygulandı ve sonuçlar analiz edildi. Bölüm 7'de *fpfs*-matrisler yoluyla ortaya atılmış sMBR01 (Enginoğlu ve Memiş, 2018a) ve CCE10 (Enginoğlu ve Memiş, 2018b) esnek karar verme metotları makine öğrenimindeki sınıflandırma problemine uygulandı ve sonuçlar analiz edildi. Bölüm 8'de *fpfs*-matrislerin mesafe ölçümleri makine öğrenimindeki sınıflandırma problemine uygulandı ve sonuçlar analiz edildi. Son olarak, gelecek çalışmalar için önerilen yöntemler hakkında bir tartışmaya yer verildi.

BÖLÜM 2

ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Denetimli öğrenmede ilk akla gelen düşünce bir test verisine en yakın olan eğitim verileri değerlendirilerek test verisinin etiketini tahmin etme üzerine olmuştur (Fix ve Hodges, 1951). Bu düşünceyle desen sınıflandırma için 1967 yılında önerilen kNN (Cover ve Hart, 1967), test verisine en yakın k tane eğitim verisini kullanarak k -komşuluk adı verilen komşulukları oluşturur ve k -komşulukta en çok bulunan etiketi test verisine atar. kNN'den farklı olarak temelleri 1960'lı yıllarda atılmış olmasına rağmen 1995 yılında iki sınıflı sınıflandırma problemleri için SVM (Cortes ve Vapnik, 1995) algoritması geliştirilmiştir. SVM, eğitim verilerini kullanarak iki sınıfa ait verileri en uygun şekilde ayıran bir doğru veya hiperdüzlem elde etmeyi amaçlar. Polinomsal ve Gaussian Radial Basis (RBF) çekirdek fonksiyonları kullanarak verileri lineer olmayan bir şekilde de ayırabilir. Ayrıca, çok sınıflı problemler için de SVM'nin farklı versiyonları geliştirilmiştir (Horng, 2009).

kNN algoritmasının başarısı, k değerine ve k -komşulukları hesaplamak için kullandığı mesafe fonksiyonuna göre değişiklik göstermektedir. Bu nedenle bulanık k -en yakın komşu (Fuzzy kNN) (Keller ve diğerleri, 1985), ağırlıklandırılmış k -en yakın komşu (WkNN) (Dubey ve Pudi, 2013), parametreden bağımsız bulanık ağırlıklandırılmış k -en yakın komşu (PIFWkNN) (Biswas, Chakraborty, Mullick ve Das, 2018), küresel dengesizlik yönetimi şeması ile uyarlamalı k -en yakın komşu 2 (ADAKNN2+GIHS) (Mullick, Datta ve Das, 2018), ağırlıklı temsil tabanlı k -en yakın komşuluk (WRkNN) (Gou ve diğerleri, 2019) ve ağırlıklı yerel ortalama temsili tabanlı k -en yakın komşuluk (WLMRkNN) (Gou ve diğerleri, 2019) gibi gelişmiş versiyonları çalışılmıştır. Fuzzy kNN, k -komşuluktaki her bir k -komşunun sorgu noktasına olan uzaklığına göre bir bulanık üyelik derecesi kullanarak her bir k -komşuyu ağırlıklandırır ve sınıflandırma işlemini gerçekleştirir. WkNN, ağırlıkları elde etmek için hem sorguya bağlı hem de sorgudan bağımsız ağırlık faktörlerini dikkate alır ve daha sonra sınıflandırma işlemini gerçekleştirir. PIFWkNN, uygun bir k değeri ve özellikler için sınıflara bağlı optimum ağırlıkların seçilmesi problemini tek amaçlı sürekli dışbükey olmayan optimizasyon problemi olarak formüle eder. Bu problemi, Success-History-based Adaptive DE (SHADE) adı verilen çok rekabetçi bir Diferansiyel Evrim (DE) varyantı kullanarak çözer. Standart Euclidean mesafesi yerine sınıf tabanlı özellik ağırlıklı Euclidean mesafe fonksiyonu kullanır. ADAkNN2+GIHS, bir test noktasının komşuluğunun yoğunluğunu ve dağılımını kullanır ve yapay sinir ağırları

yardımıyla bu test noktasına özgü bir k değerini öğrenir. WRkNN’de, test örneği, her bir sınıftan k -en yakın komşularının doğrusal kombinasyonu olarak temsil edilir ve ağırlıklandırılır. Karşılık gelen temsil katsayılarını kısıtladığından, sınıf başına k -en yakın komşularının yerellikleri olarak kabul edilir. Sınıf başına k -en yakın komşuların temsil katsayıları kullanılarak, test örneği ile sınıfa özgü k -en yakın komşular arasındaki temsile dayalı mesafe, sınıflandırma kuralı olarak belirlenir. WLMRkNN’de, ilk olarak, sınıf başına k -en yakın komşuların k -yerel ortalama vektörleri hesaplanır. Daha sonra bu ortalama vektörleri, test örneğini temsil etmek için kullanılır. Test örneğini temsil etmek için sınıfa özgü k -yerel ortalama vektörlerinin doğrusal kombinasyonunda, sınıf başına k -yerel ortalama vektörlerinin yerellikleri, k -yerel ortalama vektörlerinin temsil katsayılarını sınırlandırmak için ağırlık olarak kabul edilir. Temsil katsayıları, test örneği ile sınıf başına k -yerel ortalama vektörleri arasındaki sınıfa özgü temsile dayalı mesafe olan sınıflandırma karar kuralını tasarlamak için kullanılır.

kNN ve SVM başarılı yöntemler olsa da yukarıda bahsedildiği gibi hâlen daha gelişmiş versiyonları üzerine çalışmalar devam etmektedir. Bulanık kümeler (Zadeh, 1965) ve esnek kümeler (Molodtsov, 1999) gibi matematiksel araçların ortaya atılması ile farklı gelişmiş kNN ve SVM tabanlı algoritmalar geliştirmek mümkün olmuştur (Chen ve Wu, 2018; Rezvani, Wang ve Pourpanah, 2019). Ayrıca, bulanık kümelere kıyasla esnek kümeler belirsizliği modelleme konusunda daha güncel bir matematiksel araçtır.

Esnek kümeler kavramı (Molodtsov, 1999), ortaya atılmasından bugüne kadar geçen kısa süre içerisinde 2300’ü aşkın bilimsel araştırmaya konu olmuş (Çağman ve Enginoğlu, 2010b; Khameneh ve Kılıçman, 2018; Maji, Roy ve Biswas, 2002; Majumdar ve Samanta, 2008; Zou ve Xiao, 2008) ve sağlık üzerine 40’tan fazla çalışmanın yapılmasına olanak sağlamıştır (Dutta ve Limboo, 2017; Jafar, Khan, Sultan ve Ahmed, 2020; Jafar, Shabbir, Alvi ve Shaheen, 2020; Khalil, 2019; Kirişçi, 2020; Lie, Wen ve Xie, 2015; Neog ve Sut, 2011; Rajarajeswari ve Dhanalakshmi, 2012; Rathika, Subramanian ve Nagarajan, 2016; Sarala ve Rajkumari, 2015; Wang, Hu, Xiao, Deng ve Deng, 2016; Xie, Wen ve Li, 2014; Yüksel, Dizman, Yıldızhan ve Sert, 2013). Ancak, ihtiva ettiği parametrelerin veya alternatiflerin (nesnelerin) bulanık olması durumunda modelleme yapılabilmesi için bu kavram zaman içinde birtakım genelleştirmelere tabi olmuştur (Çağman ve diğerleri, 2010; Çağman ve Enginoğlu, 2010a, 2012; Çağman ve diğerleri, 2011b; Maji ve diğerleri, 2001). *fpfs*-matrisler (Enginoğlu ve Çağman, 2020) esnek kümelerin bu tür bir genelleştirmesidir. Yapılan ön çalışmalar (Memiş ve Enginoğlu, 2019; Memiş, Enginoğlu ve Erkan, 2019), hem alternatiflerin hem de parametrelerin belirsiz olduğu problemleri başarılı bir şekilde modelleyebilen, yüksek sayıda veriyi bilgisayarda işlemeye olanak sağlayan ve aynı

zamanda parametrelerin farklı etkilerini de göz önüne alabilen *fpfs*-matrislerin teşhiste doğruluk oranını arttırdığını ortaya koymaktadır. Bu nedenle, *fpfs*-matrisler ile makine öğrenmesi algoritmaları geliştirmek çalışmaya değer bir konudur.

Molodtsov (1999) tarafından belirsizliği modellemek için bir matematiksel araç olarak ortaya atılan esnek kümeler, belirsizliği modellemede başarılı bir matematiksel araç olsa da parametrelerin veya alternatiflerin bulanık olduğu problemleri modellemede yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle, bulanık esnek kümeler (Çağman ve diğerleri, 2011b; Maji ve diğerleri, 2001), bulanık parametrelili esnek kümeler (Çağman ve diğerleri, 2011a) ve *fpfs*-kümeler (Çağman ve diğerleri, 2010) gibi esnek kümelerin genel biçimleri tanımlanmıştır. *fpfs*-kümeler hem parametrelerin hem de alternatiflerin bulanık olduğu durumları modelleyebildiğinden diğerleri üzerinde doğal bir avantaja sahiptir. Diğer taraftan, yüksek sayıda veri içeren problemlerin modellenmesinde bilgisayarlı matematik bir zorunluktur. Esnek matrisler (Çağman ve Enginoğlu, 2010a) ve bulanık esnek matrisler (Çağman ve Enginoğlu, 2012) yüksek sayıda veri içeren problemlerin bilgisayar ortamında işlenmesine olanak sağlar. Hem parametreleri hem de alternatifleri bulanık değerli problemlerin bilgisayarda işlenmesine izin veren *fpfs*-matrisler (Enginoğlu ve Çağman, 2020) diğerleri arasında öne çıkmaktadır.

Esnek karar vermenin ve benzerlik ölçümlerinin tıbbi teşhis de dâhil olmak üzere birçok alana ilişkin uygulamalı çalışmaları vardır: Zou ve Xiao (2008) esnek kümelerin veri analizi yaklaşımlarını çalışmışlardır. Burada, verilerdeki eksik bilgileri bir ağırlıklı ortalama yardımıyla tamamlamışlardır. Neog ve Sut (2011) bulanık esnek tümleyen kullanarak bulanık esnek kümelerin tıbbi teşhis üzerine bir uygulamasını önermişlerdir. Rajarajeswari ve Dhanalakshmi (2012) yamuk bulanık sayıları kullanarak tıbbi teşhiste esnek küme teorisini çalışmışlardır. Yüksel ve diğerleri (2013) esnek kümeleri prostat kanser riskinin teşhisine uygulamıştır. Xie ve diğerleri (2014) ve Lie ve diğerleri (2015) gri ilişkisel analize ve Dempster–Shafer teorisine dayanan karar verme ile bulanık esnek kümeler yoluyla tıbbi teşhis metotlarını önermişlerdir. Sarala ve Rajkumari (2015) bulanık esnek matrisleri kullanarak tıbbi teşhiste ilaç bağımlılığının etkisini çalışmışlardır. Wang ve diğerleri (2016) belirsizlik ölçümüne ve Dempster–Shafer teorisine dayanan karar verme ile bulanık esnek kümelerin tıbbi teşhis üzerine yeni bir metot önermişlerdir. Rathika ve diğerleri (2016) bulanık esnek matrislerin tıbbi teşhis üzerine bir uygulamasını vermişlerdir. Dutta ve Limboo (2017) çan şekilli bulanık esnek kümeleri tanımlamış ve onları tıbbi teşhise uygulamışlardır. Xiao (2018) tıbbi teşhiste bulanık esnek kümelere dayalı melez bir karar verme metodu ortaya atmıştır. Khalil (2019) yeni benzerlik ölçümleri kategorisi olarak esnek etki matrisinde cebirsel işlemler kullanılarak karar verme ve onların tıbbi

teşhis problemine uygulaması üzerine çalışmıştır. Kirişçi (2020) bulanık esnek kümeleri ve üçgensel bulanık sayıları kullanarak tıbbi karar verme için bir vaka çalışması yapmıştır. Ancak, bahsi geçen tüm bu çalışmalar yazarların kurguladığı problemlerden öteye gidememiştir.

Yazında esnek kümeler, bulanık esnek kümeler ve onların mesafe/benzerlik ölçümleri kullanılarak gerçek veriye dayanan (Handaga ve diğerleri, 2012; Lashari ve diğerleri, 2017; Mushrif ve diğerleri, 2006; Yanto ve diğerleri, 2018) gibi makine öğrenmesi çalışmaları mevcuttur. Ancak, esnek kümeler ve bulanık esnek kümeler parametrelerin bulanık değerli olması durumunda problemleri modelleyemediğinden bahsi geçen çalışmalarda parametrelerin etkisi değerlendirmeye alınmamıştır. Fakat gerçek hayatta parametrelerin karar verme ve teşhis konusunda etkisinin farklı olması kaçınılmazdır. Bu nedenle, tıbbi teşhis de dâhil olmak üzere sınıflandırma üzerine çalışan sistemlerde kullanılacak makine öğrenimi metotlarının *fpfs*-matrisler aracılığıyla tanımlanması elzemdir.

Bu tez çalışması, çok sayıda örneğe ait verilerin arasındaki ilişkiyi makineye öğreterek yeni bir verinin var olan sınıflardan (etiketlerden) hangisine daha uygun olduğunun tespiti üzerine odaklanır. Dolayısıyla, bir örneğe ait çoklu ölçüm sonuçlarında veri kaybı nedeniyle oluşan ağır belirsizliği modellemede kullanılan sezgisel bulanık esnek küme uygulamaları (Çağman ve Karataş, 2013), her hastanın çoklu ölçüm sonuçlarının yer aldığı çoklu hasta verilerinin modellenmesinde kullanılan aralık-değerli sezgisel bulanık esnek küme (Jiang, Tang, Chen, Liu ve Tang, 2010) uygulamaları, bir elemanın kararsızlığını modellemek için ortaya atılan yaklaşımlı kümeler (Pawlak, 1982) ve bunların hibrit versiyonları (Aydın ve Enginoğlu, 2020b; Dubois ve Prade, 1990; Enginoğlu ve Arslan, 2020; Karaaslan, 2016; Meng, Zhang ve Qin, 2011; Sulukan, Çağman ve Aydın, 2019) bu tez çalışmasının kapsamı dışındadır.

BÖLÜM 3

TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde, sonraki bölümlerde gerekli olan bazı temel tanımlar ve *fpfs*-matrisler yoluyla tanımlanmış bazı esnek karar verme metotları sunuldu. Bu çalışma boyunca, E bir parametre kümesi, $F(E)$ E üzerindeki bütün bulanık kümelerin kümesi ve $\mu \in F(E)$ olsun. Burada, $\mu := \{\mu^{(x)}_x : x \in E\}$ biçimindedir. Ayrıca, kolaylık sağlaması için, bir bulanık kümede 0x biçimindeki elemanlar yazılmayabilir.

3.1. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrisler

Bu alt bölümde, *fpfs*-matris kavramı ve onun bazı temel özelliklerini veriyoruz.

Tanım 3.1. (Çağman ve diğerleri, 2010) U evrensel küme, $\mu \in F(E)$ ve α, μ 'den $F(U)$ 'ya bir fonksiyon olsun. O halde, α 'nın grafiği olan $\{(\mu^{(x)}_x, \alpha(\mu^{(x)}_x)) : x \in E\}$ kümesine U üzerinde E ile parametrelendirilmiş (kısaca U üzerinde) bir bulanık parametrelili bulanık esnek küme (*fpfs*-küme) denir.

Bu çalışma boyunca, U üzerindeki tüm *fpfs*-kümelerin kümesi $FPFS_E(U)$ ile gösterilsin. $FPFS_E(U)$ 'da, $\text{graf}(\alpha)$ ve α birbirini teklikle ürettiğinden dolayı, bu notasyonlar birbiri yerine kullanılabilir. Bu nedenle, herhangi bir karışıklığa yol açmadığı sürece bir $\text{graf}(\alpha)$ *fpfs*-kümesi α ile gösterilecektir.

Örnek 3.2. $E = \{x_1, x_2, x_3\}$ ve $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ olsun. O halde,

$$\alpha = \left\{ (^0x_1, \{^{0.5}u_1, ^{0.8}u_2, ^{0.6}u_3\}), (^{0.8}x_2, \{^{0.9}u_2, ^{0.2}u_3\}), (^{0.6}x_3, \{^{0.5}u_2\}) \right\}$$

ve

$$\beta = \left\{ (^{0.9}x_1, \{^{0.4}u_1, ^{0.3}u_3\}), (^{0.1}x_2, \{^{0.2}u_1, ^{0.7}u_3\}), (^{0.3}x_3, \{^{0.4}u_2, ^{0.7}u_3\}) \right\}$$

U üzerinde iki *fpfs*-kümedir.

Tanım 3.3. (Enginoğlu ve Çağman, 2020) $\alpha \in FPFS_E(U)$ olsun. O halde, $i \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ve $j \in \{1, 2, \dots\}$ için,

$$a_{ij} := \begin{cases} \mu(x_j), & i = 0 \\ \alpha(\mu^{(x_j)}_{x_j})(u_i), & i \neq 0 \end{cases}$$

ile tanımlı

$$[a_{ij}] := \begin{bmatrix} a_{01} & a_{02} & a_{03} & \dots & a_{0n} & \dots \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

biçiminde yazılan $[a_{ij}]$ matrisine α *fpfs*-kümesinin matris temsili (veya kısaca α 'nın *fpfs*-matrisi) denir. Burada, eğer $|U| = m - 1$ ve $|E| = n$ ise $[a_{ij}]$ $m \times n$ tipindedir.

Çalışma boyunca, $FPFS_E[U]$, U üzerinde E ile parametrelendirilmiş tüm *fpfs*-matrislerin kümesini gösterebilir ve $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ olsun. I_m ve I_m^* , sırasıyla, 1'den m 'ye kadar olan ve 0'dan m 'ye kadar olan tüm pozitif tamsayıları gösterebilir. Diğer bir deyişle, $I_m := \{1, 2, \dots, m\}$ ve $I_m^* := \{0, 1, \dots, m\}$ biçimindedir.

Örnek 3.4. Örnek 3.2'de verilen α ve β 'nin *fpfs*-matrisleri, sırasıyla, aşağıdaki gibidir:

$$[a_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 0.8 & 0.6 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0.9 & 0.5 \\ 0.6 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

ve

$$[b_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 & 0.3 \\ 0.4 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \\ 0.3 & 0.7 & 0.7 \end{bmatrix}$$

Tanım 3.5. (Enginoğlu ve Çağman, 2020) $[a_{ij}] \in FPFS_E[U]$ olsun. Her i ve j için, eğer $a_{ij} = \lambda$ ise $[a_{ij}]$ 'ye λ -*fpfs*-matris denir ve $[\lambda]$ ile gösterilir. Burada, özel olarak $[0]$ ve $[1]$ sırasıyla boş *fpfs*-matris ve evrensel *fpfs*-matris olarak adlandırılır.

Tanım 3.6. (Enginoğlu ve Çağman, 2020) $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFS_E[U]$ olsun. Her i ve j için,

Eğer $a_{ij} = b_{ij}$ ise $[a_{ij}]$ ve $[b_{ij}]$ eşit *fpfs*-matrislerdir ve $[a_{ij}] = [b_{ij}]$ ile gösterilir.

Eğer $a_{ij} \leq b_{ij}$ ise $[a_{ij}]$ 'ye $[b_{ij}]$ 'nin alt matrisi denir ve $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}]$ ile gösterilir.

Eğer $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}]$ ve $[a_{ij}] \neq [b_{ij}]$ ise $[a_{ij}]$ 'ye $[b_{ij}]$ 'nin özalt matrisi denir ve $[a_{ij}] \tilde{\subset} [b_{ij}]$ ile gösterilir.

3.2. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrisler Yoluyla Tanımlanan sMBR01 ve CCE10 Esnek Karar Verme Metotları

Bu alt bölümde, sonraki bölümler için gerekli olan, *fpfs*-matrisler yoluyla tanımlanmış sMBR01 (Enginoğlu ve Memiş, 2018a) (Algoritma 1) ve CCE10 (Enginoğlu ve Memiş, 2018b) (Algoritma 2) esnek karar verme metodlarının algoritma adımları bu çalışmada kullanılan notasyonlar göz önüne alınarak verildi.

Algoritma 1: sMBR01

Input: *fpfs*-matrix $[a_{ij}]_{m \times n}$
Output: Score matrix $[s_{i1}]_{(m-1) \times 1}$ and Decision matrix $[op_{i1}]$
1: $[s] \leftarrow [0]_{(m-1) \times 1}$
2: **for** i from 1 to $m-1$ **do**
3: **for** k from 1 to $m-1$ **do**
4: **for** j from 1 to n **do**
5: $s_{i1} \leftarrow s_{i1} + a_{0j} \text{sgn}(a_{ij} - a_{kj})$
6: **end for**
7: **end for**
8: **end for**
9: $[op] \leftarrow \underset{k \in I_{m-1}}{\text{argmax}}\{s_{k1}\}$

Algoritma 2: CCE10

Input: *fpfs*-matrix $[a_{ij}]_{m \times n}$
Output: Score matrix $[s_{i1}]_{(m-1) \times 1}$ and Decision matrix $[op_{i1}]$
1: $[s] \leftarrow [0]_{(m-1) \times 1}$
2: **for** i from 1 to $m-1$ **do**
3: **for** j from 1 to n **do**
4: $s_{i1} \leftarrow s_{i1} + a_{0j} a_{ij}$
5: **end for**
6: $s_{i1} \leftarrow \frac{s_{i1}}{n}$
7: **end for**
8: $[op] \leftarrow \underset{k \in I_{m-1}}{\text{argmax}}\{s_{k1}\}$

BÖLÜM 4

BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK MATRİSLERİN MESAFE VE BENZERLİK ÖLÇÜMLERİ

Bu bölümde, ilk olarak, $FPFS_E[U]$ üzerinde quasi-metrik, semi-metrik, pseudo-metrik ve metrik kavramları tanımlandı, $FPFS_E[U]$ üzerinde sekiz pseudo-metrik önerildi ve bunların bazı temel özellikleri incelendi. Daha sonra, $FPFS_E[U]$ üzerinde quasi-benzerlik, semi-benzerlik, pseudo-benzerlik ve benzerlik kavramları tanımlandı, $FPFS_E[U]$ üzerinde sekiz pseudo-benzerlik önerildi ve bunların bazı temel özellikleri incelendi. Buradaki esas amaç, esnek küme teorisine teorik bir katkı yapmak ve bu teorik katkı sayesinde, $fpfs$ -matrislerin avantajlarını sınıflandırma problemlerinde kullanabilmektir. Diğer bir deyişle, $fpfs$ -matrisler üzerinde tanımlanan bu mesafe ve benzerlik ölçümleri, benzerleri arasında (Çağman ve Enginoğlu, 2010a, 2012) öne çıkan $fpfs$ -matrislerin modelleme yeteneğini makine öğrenimine aktarma avantajı sağlamaktadır.

4.1. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrislerin Mesafe Ölçümleri

Bu alt bölümde, ilk olarak, $FPFS_E[U]$ üzerinde quasi-metrik, semi-metrik, pseudo-metrik ve metrik kavramları tanımlandı.

Tanım 4.1. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

- i. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0 \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}]$
- ii. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d([a_{ij}], [c_{ij}]) + d([c_{ij}], [b_{ij}])$

koşullarını sağlayan bir $d : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna $FPFS_E[U]$ üzerinde bir quasi-metrik denir.

Tanım 4.2. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

- i. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0 \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}]$
- ii. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) = d([b_{ij}], [a_{ij}])$

koşullarını sağlayan bir $d : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna $FPFS_E[U]$ üzerinde bir semi-metrik denir.

Tanım 4.3. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

- i. $d([a_{ij}], [a_{ij}]) = 0$
- ii. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) = d([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d([a_{ij}], [c_{ij}]) + d([c_{ij}], [b_{ij}])$

koşullarını sağlayan bir $d : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna $FPFS_E[U]$ üzerinde bir pseudo-metrik denir.

Tanım 4.4. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

- i. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0 \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}]$
- ii. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) = d([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $d([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d([a_{ij}], [c_{ij}]) + d([c_{ij}], [b_{ij}])$

koşullarını sağlayan bir $d : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna $FPFSE[U]$ üzerinde bir metrik denir.

İkinci olarak, bulanık esnek kümelerin bazı mesafe ölçümleri kullanılarak (Feng ve Zheng, 2014; Kharal, 2010; Majumdar ve Samanta, 2008) $FPFSE[U]$ üzerinde sekiz pseudo-metrik önerildi ve onların bazı temel özellikleri incelendi.

Önerme 4.5. $d_1 : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$d_1([a_{ij}], [b_{ij}]) := \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$$

ile tanımlı d_1 fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-metriktir ve Hamming pseudo-metrik olarak adlandırılır. Ayrıca, $FPFSE[U]$ üzerinde normalleştirilmiş Hamming pseudo-metrik aşağıdaki gibidir:

$$\hat{d}_1([a_{ij}], [b_{ij}]) := \frac{1}{(m-1)n} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$$

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

- i. $d_1([a_{ij}], [a_{ij}]) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}| = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n 0 = 0$
- ii. $d_1([a_{ij}], [b_{ij}]) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$
 $= \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}| = d([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $d_1([a_{ij}], [b_{ij}]) = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$
 $= \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij} + c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$
 $\leq \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$
 $= d_1([a_{ij}], [c_{ij}]) + d_1([c_{ij}], [b_{ij}])$

Ayrıca, her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$, $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $0 \leq a_{ij} \leq 1$ ve $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 'dir. O halde, $|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerler sırasıyla 0 ve 1'dir. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} \frac{1}{(m-1)n} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n 0 &\leq \hat{d}_1([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{(m-1)n} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n 1 \\ \left(\frac{1}{(m-1)n} \right) 0 &\leq \hat{d}_1([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{(m-1)n} (m-1)n \\ 0 &\leq \hat{d}_1([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1 \end{aligned}$$

biçimindedir. □

Önerme 4.6. $d_2 : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) := \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\}$$

ile tanımlı d_2 fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-metriktir ve Chebyshev pseudo-metrik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

$$\begin{aligned} i. \quad d_2([a_{ij}], [a_{ij}]) &= \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|\} \right\} = \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{0\} \right\} = 0 \\ ii. \quad d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\} \\ &= \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|\} \right\} = d_2([b_{ij}], [a_{ij}]) \\ iii. \quad d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\} \\ &= \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij} + c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\} \\ &\leq \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\} \\ &\leq \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|\} + \max_{j \in I_n} \{|c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\} \\ &\leq \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|\} \right\} + \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\} \\ &= d_2([a_{ij}], [c_{ij}]) + d_2([c_{ij}], [b_{ij}]) \end{aligned}$$

Ayrıca, her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$, $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $0 \leq a_{ij} \leq 1$ ve $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 'dir. O halde, $|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerler sırasıyla 0 ve 1'dir. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{0\} \right\} &\leq d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{1\} \right\} \\ \max_{i \in I_{m-1}} \{0\} &\leq d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \max_{i \in I_{m-1}} \{1\} \\ 0 &\leq d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1 \end{aligned}$$

biçimindedir. □

Önerme 4.7. $d_3 : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$d_3([a_{ij}], [b_{ij}]) := \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

ile tanımlı d_3 fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-metriktir ve Euclidean pseudo-metrik olarak adlandırılır. Ayrıca, $FPFSE[U]$ üzerinde normleştirilmiş Euclidean pseudo-

metrik aşağıdaki gibidir:

$$\hat{d}_3([a_{ij}], [b_{ij}]) := \frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

$$\begin{aligned} i. \quad d_3([a_{ij}], [a_{ij}]) &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n 0 \right)^{\frac{1}{2}} = 0 \\ ii. \quad d_3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = d_3([b_{ij}], [a_{ij}]) \\ iii. \quad d_3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij} + c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\leq \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n (|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\leq \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= d_3([a_{ij}], [c_{ij}]) + d_3([c_{ij}], [b_{ij}]) \end{aligned}$$

Ayrıca, her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$, $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $0 \leq a_{ij} \leq 1$ ve $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 'dir. O halde, $|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerler sırasıyla 0 ve 1'dir. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n 0^2 \right)^{\frac{1}{2}} &\leq \hat{d}_3([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n 1^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \left(\frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \right) 0 &\leq \hat{d}_3([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \sqrt{(m-1)n} \\ 0 &\leq \hat{d}_3([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1 \end{aligned}$$

biçimindedir. □

Önerme 4.8. $d_4 : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$d_4([a_{ij}], [b_{ij}]) := \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

ile tanımlı d_4 fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-metriktir ve tip-2 Euclidean pseudo-metrik olarak adlandırılır. Ayrıca, $FPFSE[U]$ üzerinde normalleştirilmiş tip-2 Euclidean pseudo-metrik aşağıdaki gibidir:

$$\hat{d}_4([a_{ij}], [b_{ij}]) := \frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

$$\begin{aligned}
i. \quad d_4([a_{ij}], [a_{ij}]) &= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n 0 \right)^{\frac{1}{2}} = 0 \\
ii. \quad d_4([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = d_4([b_{ij}], [a_{ij}]) \\
iii. \quad d_4([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\
&= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij} + c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\
&\leq \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n (|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\
&\leq \sum_{i=1}^{m-1} \left[\left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\sum_{j=1}^n |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right] \\
&= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\
&= d_4([a_{ij}], [c_{ij}]) + d_4([c_{ij}], [b_{ij}])
\end{aligned}$$

Ayrıca, her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$, $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $0 \leq a_{ij} \leq 1$ ve $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 'dir. O halde, $|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerler sırayıyla 0 ve 1'dir. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n 0^2 \right)^{\frac{1}{2}} &\leq \hat{d}_4([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n 1^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\
\left(\frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} \right) 0 &\leq \hat{d}_4([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} (m-1)\sqrt{n} \\
0 &\leq \hat{d}_4([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1
\end{aligned}$$

biçimindedir. □

Önerme 4.9. $d_5 : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$d_5([a_{ij}], [b_{ij}]) := \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\}$$

ile tanımlı d_5 fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-metriktir ve Hamming-Hausdorff pseudo-metrik olarak adlandırılır. Ayrıca, $FPFSE[U]$ üzerinde normalleştirilmiş Hamming-Hausdorff pseudo-metrik aşağıdaki gibidir:

$$\hat{d}_5([a_{ij}], [b_{ij}]) := \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\}$$

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

$$\begin{aligned}
i. \quad d_5([a_{ij}], [a_{ij}]) &= \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|\} = \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{0\} = 0 \\
ii. \quad d_5([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \\
&= \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|\} = d_5([b_{ij}], [a_{ij}])
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
iii. \quad d_5([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \\
&= \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij} + c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \\
&\leq \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \\
&\leq \sum_{i=1}^{m-1} \left[\max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|\} + \max_{j \in I_n} \{|c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right] \\
&= \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|\} + \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \\
&= d_5([a_{ij}], [c_{ij}]) + d_5([c_{ij}], [b_{ij}])
\end{aligned}$$

Ayrıca, her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$, $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $0 \leq a_{ij} \leq 1$ ve $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 'dir. O halde, $|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerler sırasıyla 0 ve 1'dir. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{0\} &\leq \hat{d}_5([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{1\} \\
\left(\frac{1}{m-1}\right) 0 &\leq \hat{d}_5([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{m-1} (m-1) \\
0 &\leq \hat{d}_5([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1
\end{aligned}$$

biçimindedir. □

Önerme 4.10. $d_6^p : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$d_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \in \mathbb{N}^+$$

ile tanımlı d_6^p fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-metriktir ve Minkowski pseudo-metrik olarak adlandırılır. Ayrıca, $FPFSE[U]$ üzerinde normalleştirilmiş Minkowski pseudo-metrik aşağıdaki gibidir:

$$\hat{d}_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := \frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \in \mathbb{N}^+$$

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

$$\begin{aligned}
i. \quad d_6^p([a_{ij}], [a_{ij}]) &= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} = \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n 0 \right)^{\frac{1}{p}} = 0 \\
ii. \quad d_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \\
&= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} = d_6^p([b_{ij}], [a_{ij}]) \\
iii. \quad d_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \\
&= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij} + c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \\
&\leq \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n (|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|)^p \right)^{\frac{1}{p}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} + \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \\
&= d_6^p([a_{ij}], [c_{ij}]) + d_6^p([c_{ij}], [b_{ij}])
\end{aligned}$$

Ayrıca, her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$, $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $0 \leq a_{ij} \leq 1$ ve $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 'dir. O halde, $|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerler sırasıyla 0 ve 1'dir. Dolayısıyla, $p \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n 0^p \right)^{\frac{1}{p}} &\leq \hat{d}_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n 1^p \right)^{\frac{1}{p}} \\
\left(\frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \right) 0 &\leq \hat{d}_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \sqrt[p]{(m-1)n} \\
0 &\leq \hat{d}_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1
\end{aligned}$$

biçimindedir. □

Önerme 4.11. $d_7^p : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$d_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \in \mathbb{N}^+$$

ile tanımlı d_7^p fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-metriktir ve tip-2 Minkowski pseudo-metrik olarak adlandırılır. Ayrıca, $FPFSE[U]$ üzerinde normalleştirilmiş tip-2 Minkowski pseudo-metrik aşağıdaki gibidir:

$$\hat{d}_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := \frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \in \mathbb{N}^+$$

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $d_7^p([a_{ij}], [a_{ij}]) = \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} = \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n 0 \right)^{\frac{1}{p}} = 0$
- ii. $d_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) = \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}$
 $= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} = d_7^p([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $d_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) = \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}$
 $= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij} + c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}$
 $\leq \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n (|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|)^p \right)^{\frac{1}{p}}$
 $\leq \sum_{i=1}^{m-1} \left[\left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} + \left(\sum_{j=1}^n |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} \right]$
 $= \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} + \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}$
 $= d_7^p([a_{ij}], [c_{ij}]) + d_7^p([c_{ij}], [b_{ij}])$

Ayrıca, her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$, $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $0 \leq a_{ij} \leq 1$ ve $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 'dir. O halde, $|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerler sırasıyla 0 ve 1'dir. Dolayısıyla, $p \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} \frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n 0^p \right)^{\frac{1}{p}} &\leq \hat{d}_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n 1^p \right)^{\frac{1}{p}} \\ \left(\frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} \right) 0 &\leq \hat{d}_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} (m-1)\sqrt[p]{n} \\ 0 &\leq \hat{d}_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1 \end{aligned}$$

biçimindedir. □

Önerme 4.12. $d_8^p : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$d_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}}, \quad p \in \mathbb{N}^+$$

ile tanımlı d_8^p fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-metrikdir ve Hausdorff pseudo-metrik olarak adlandırılır. Ayrıca, $FPFSE[U]$ üzerinde normalleştirilmiş Hausdorff pseudo-metrik aşağıdaki gibidir:

$$\hat{d}_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := \frac{1}{\sqrt[p]{m-1}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}}, \quad p \in \mathbb{N}^+$$

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

$$\begin{aligned} i. \quad d_8^p([a_{ij}], [a_{ij}]) &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}} = \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{0\} \right)^{\frac{1}{p}} = 0 \\ ii. \quad d_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}} \\ &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}} = d_8^p([b_{ij}], [a_{ij}]) \\ iii. \quad d_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}} \\ &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij} + c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}} \\ &\leq \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{(|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|)^p\} \right)^{\frac{1}{p}} \\ &= \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| + |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\}^p \right)^{\frac{1}{p}} \\ &\leq \left(\sum_{i=1}^{m-1} \left(\max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|\} + \max_{j \in I_n} \{|c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right)^p \right)^{\frac{1}{p}} \\ &\leq \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|\}^p + \max_{j \in I_n} \{|c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\}^p \right)^{\frac{1}{p}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|\}^p \right)^{\frac{1}{p}} + \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\}^p \right)^{\frac{1}{p}} \\ &= d_8^p([a_{ij}], [c_{ij}]) + d_8^p([c_{ij}], [b_{ij}]) \end{aligned}$$

Ayrıca, her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$, $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $0 \leq a_{ij} \leq 1$ ve $0 \leq b_{ij} \leq 1$ 'dir. O halde, $|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerler sırasıyla 0 ve 1'dir. Dolayısıyla, $p \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[p]{m-1}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{0^p\} \right)^{\frac{1}{p}} &\leq \hat{d}_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{\sqrt[p]{m-1}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{1^p\} \right)^{\frac{1}{p}} \\ \frac{1}{\sqrt[p]{m-1}} 0 &\leq \hat{d}_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \frac{1}{\sqrt[p]{m-1}} \sqrt[p]{m-1} \\ 0 &\leq \hat{d}_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1 \end{aligned}$$

biçimindedir. □

Önerme 4.13. Her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p, r \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $\hat{d}_1([0], [1]) = \hat{d}_2([0], [1]) = \hat{d}_3([0], [1]) = \hat{d}_4([0], [1]) = \hat{d}_5([0], [1]) = 1$
- ii. $\hat{d}_6^p([0], [1]) = \hat{d}_7^p([0], [1]) = \hat{d}_8^p([0], [1]) = 1$

koşulları sağlanır.

KANIT. *i* ve *ii* Önerme 4.5-4.12'den kolaylıkla görülür. □

Önerme 4.14. Her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $d_1([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq (m-1)n$
- ii. $d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$
- iii. $d_3([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \sqrt{(m-1)n}$
- iv. $d_4([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq (m-1)\sqrt{n}$
- v. $d_5([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq (m-1)$
- vi. $d_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \sqrt[p]{(m-1)n}$
- vii. $d_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq (m-1)\sqrt[p]{n}$
- viii. $d_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq \sqrt[p]{m-1}$

KANIT. Önerme 4.5-4.12'den kolaylıkla görülür. □

Önerme 4.15. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (d_1([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_1([a_{ij}], [c_{ij}]) \wedge d_1([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_1([a_{ij}], [c_{ij}]))$
- ii. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_2([a_{ij}], [c_{ij}]) \wedge d_2([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_2([a_{ij}], [c_{ij}]))$
- iii. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (d_3([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_3([a_{ij}], [c_{ij}]) \wedge d_3([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_3([a_{ij}], [c_{ij}]))$
- iv. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (d_4([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_4([a_{ij}], [c_{ij}]) \wedge d_4([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_4([a_{ij}], [c_{ij}]))$
- v. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (d_5([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_5([a_{ij}], [c_{ij}]) \wedge d_5([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_5([a_{ij}], [c_{ij}]))$
- vi. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (d_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_6^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \wedge d_6^p([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_6^p([a_{ij}], [c_{ij}]))$

- vii. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (d_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_7^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \wedge d_6^p([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_7^p([a_{ij}], [c_{ij}]))$
viii. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (d_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_8^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \wedge d_8^p([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_8^p([a_{ij}], [c_{ij}]))$

KANIT. $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$ olsun.

- i. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}]$ olduğundan her $i \in I_m^*$ ve $j \in I_n$ için, $a_{ij} \leq b_{ij} \leq c_{ij}$ biçimindedir. O halde, her $i \in I_m$ ve $j \in I_n$ için, $a_{0j}a_{ij} \leq b_{0j}b_{ij} \leq c_{0j}c_{ij}$ sağlanır. Buradan,

$$b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij} \leq c_{0j}c_{ij} - a_{0j}a_{ij} \text{ ve } c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij} \leq c_{0j}c_{ij} - a_{0j}a_{ij}$$

eşitsizlikleri elde edilir. Dolayısıyla,

$$|b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}| \leq |c_{0j}c_{ij} - a_{0j}a_{ij}| \text{ ve } |c_{0j}c_{ij} - b_{0j}b_{ij}| \leq |c_{0j}c_{ij} - a_{0j}a_{ij}|$$

yazılır. O halde,

$$\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}| \leq \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}| \text{ ve } \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - c_{0j}c_{ij}| \leq \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - c_{0j}c_{ij}|$$

eşitsizlikleri elde edilir. Sonuç olarak,

$$d_1([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq d_1([a_{ij}], [c_{ij}]) \text{ ve } d_1([b_{ij}], [c_{ij}]) \leq d_1([a_{ij}], [c_{ij}])$$

biçimindedir. Diğerlerinin ispatı benzer şekilde yapılabilir. $\square$

Not 4.16. Yukarıda verilen pseudo-metrikler için Önerme 4.15'te verilen özelliklerin yukarıda verilen normalleştirilmiş pseudo-metrikler için de sağlandığına dikkat edilmelidir.

Önerme 4.17. Her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

- i. $d_1([a_{ij}], [b_{ij}]) = d_6^1([a_{ij}], [b_{ij}]) = d_7^1([a_{ij}], [b_{ij}])$
ii. $\hat{d}_1([a_{ij}], [b_{ij}]) = \hat{d}_6^1([a_{ij}], [b_{ij}]) = \hat{d}_7^1([a_{ij}], [b_{ij}])$
iii. $d_3([a_{ij}], [b_{ij}]) = d_6^2([a_{ij}], [b_{ij}])$
iv. $\hat{d}_3([a_{ij}], [b_{ij}]) = \hat{d}_6^2([a_{ij}], [b_{ij}])$
v. $d_4([a_{ij}], [b_{ij}]) = d_7^2([a_{ij}], [b_{ij}])$
vi. $\hat{d}_4([a_{ij}], [b_{ij}]) = \hat{d}_7^2([a_{ij}], [b_{ij}])$
vii. $d_5([a_{ij}], [b_{ij}]) = d_8^1([a_{ij}], [b_{ij}])$
viii. $\hat{d}_5([a_{ij}], [b_{ij}]) = \hat{d}_8^1([a_{ij}], [b_{ij}])$

eşitlikleri sağlanır.

KANIT. Önerme 4.5-4.12'den kolaylıkla görülür. $\square$

Örnek 4.18. Örnek 3.4’te verilen *fpfs*-matrislerin arasındaki pseudo-mesafeler aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
d_1([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 1.8500 & \hat{d}_1([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.2056 & d_2([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.7200 \\
d_3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.8977 & \hat{d}_3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.2992 & d_4([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 1.4564 \\
\hat{d}_4([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.2803 & d_5([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 1.3500 & \hat{d}_5([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.4500 \\
d_6^3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.7694 & \hat{d}_6^3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.3699 & d_7^3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 1.3933 \\
\hat{d}_7^3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.3220 & d_8^3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.7604 & \hat{d}_8^3([a_{ij}], [b_{ij}]) &= 0.5272
\end{aligned}$$

4.2. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrislerin Mesafeye Dayalı Benzerlik Ölçümleri

Bu alt bölümde, ilk olarak, $FPFS_E[U]$ üzerinde quasi-benzerlik, semi-benzerlik, pseudo-benzerlik ve benzerlik kavramları tanımlandı.

Tanım 4.19. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

- i. $s([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}]$
- ii. $0 \leq s([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$

koşullarını sağlayan bir $s : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna $FPFS_E[U]$ üzerinde bir quasi-benzerlik denir.

Tanım 4.20. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

- i. $s([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}]$
- ii. $s([a_{ij}], [b_{ij}]) = s([b_{ij}], [a_{ij}])$

koşullarını sağlayan bir $s : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna $FPFS_E[U]$ üzerinde bir semi-benzerlik denir.

Tanım 4.21. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

- i. $s([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1$
- ii. $s([a_{ij}], [b_{ij}]) = s([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $0 \leq s([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$

koşullarını sağlayan bir $s : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna $FPFS_E[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerlik denir.

Tanım 4.22. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

- i. $s([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}]$
- ii. $s([a_{ij}], [b_{ij}]) = s([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $0 \leq s([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$

koşullarını sağlayan bir $s : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna $FPFS_E[U]$ üzerinde bir benzerlik denir.

İkinci olarak, Bölüm 4.1’de verilen *fpfs*-matrislerin pseudo-metrikleri kullanılarak $FPFS_E[U]$ üzerinde sekiz pseudo-benzerlik önerildi ve onların bazı temel özellikleri incelendi.

Önerme 4.23. $s_1 : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$s_1([a_{ij}], [b_{ij}]) := 1 - \frac{1}{(m-1)n} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|$$

ile tanımlı s_1 fonksiyonu $FPFS_E[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerliktir ve Hamming pseudo-benzerlik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

$$i. \quad s_1([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1 - \frac{1}{(m-1)n} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}| = 1 - 0 = 1$$

$$ii. \quad s_1([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 - \frac{1}{(m-1)n} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}| \\ = 1 - \frac{1}{(m-1)n} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}| = s_1([b_{ij}], [a_{ij}])$$

$$iii. \quad 0 \leq s_1([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1 \text{ eşitsizliği Önerme 4.5 kullanılarak kolaylıkla görülür.} \quad \square$$

Önerme 4.24. $s_2 : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$s_2([a_{ij}], [b_{ij}]) := 1 - \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\}$$

ile tanımlı s_2 fonksiyonu $FPFS_E[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerliktir ve Chebyshev pseudo-benzerlik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFS_E[U]$ için,

$$i. \quad s_2([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1 - \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|\} \right\} = 1 - 0 = 1$$

$$ii. \quad s_2([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 - \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\} \right\} \\ = 1 - \max_{i \in I_{m-1}} \left\{ \max_{j \in I_n} \{|b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|\} \right\} = s_2([b_{ij}], [a_{ij}])$$

$$iii. \quad 0 \leq s_2([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1 \text{ eşitsizliği Önerme 4.6 kullanılarak kolaylıkla gösterilebilir.} \quad \square$$

Önerme 4.25. $s_3 : FPFS_E[U] \times FPFS_E[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$s_3([a_{ij}], [b_{ij}]) := 1 - \frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

ile tanımlı s_3 fonksiyonu $FPFS_E[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerliktir ve Euclidean pseudo-benzerlik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

- i. $s_3([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1 - \frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 1 - 0 = 1$
- ii. $s_3([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 - \frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$
 $= 1 - \frac{1}{\sqrt{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = s_3([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $0 \leq s_3([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$ eşitsizliği Önerme 4.7 kullanılarak kolaylıkla görülür. $\square$

Önerme 4.26. $s_4 : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$s_4([a_{ij}], [b_{ij}]) := 1 - \frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

ile tanımlı s_4 fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerliktir ve tip-2 Euclidean pseudo-benzerlik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

- i. $s_4([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1 - \frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 1 - 0 = 1$
- ii. $s_4([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 - \frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$
 $= 1 - \frac{1}{(m-1)\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} = s_4([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $0 \leq s_4([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$ eşitsizliği Önerme 4.8 kullanılarak kolaylıkla görülür. $\square$

Önerme 4.27. $s_5 : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$s_5([a_{ij}], [b_{ij}]) := 1 - \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\}$$

ile tanımlı s_5 fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerliktir ve Hamming-Hausdorff pseudo-benzerlik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

- i. $s_5([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1 - \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|\} = 1 - 0 = 1$
- ii. $s_5([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 - \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|\}$
 $= 1 - \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|\} = s_5([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $0 \leq s_5([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$ eşitsizliği Önerme 4.9 kullanılarak kolaylıkla görülür. $\square$

Önerme 4.28. $s_6^p : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$s_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \in \mathbb{N}^+$$

ile tanımlı s_6^p fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerliktir ve Minkowski pseudo-benzerlik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $s_6^p([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} = 1 - 0 = 1$
- ii. $s_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}$
 $= 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)n}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} = s_6^p([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $0 \leq s_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$ eşitsizliği Önerme 4.10 kullanılarak kolaylıkla görülür. $\square$

Önerme 4.29. $s_7^p : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$s_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := 1 - \frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, p \in \mathbb{N}^+$$

ile tanımlı s_7^p fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerliktir ve tip-2 Minkowski pseudo-benzerlik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $s_7^p([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1 - \frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} = 1 - 0 = 1$
- ii. $s_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 - \frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}}$
 $= 1 - \frac{1}{(m-1)\sqrt[p]{n}} \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=1}^n |b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p \right)^{\frac{1}{p}} = s_7^p([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $0 \leq s_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$ eşitsizliği Önerme 4.11 kullanılarak kolaylıkla görülür. $\square$

Önerme 4.30. $s_8^p : FPFSE[U] \times FPFSE[U] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$s_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) := 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{(m-1)}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}}, p \in \mathbb{N}^+$$

ile tanımlı s_8^p fonksiyonu $FPFSE[U]$ üzerinde bir pseudo-benzerliktir ve Hausdorff pseudo-benzerlik olarak adlandırılır.

KANIT. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $s_8^p([a_{ij}], [a_{ij}]) = 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{m-1}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}} = 1 - 0 = 1$
- ii. $s_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) = 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{m-1}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|a_{0j}a_{ij} - b_{0j}b_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}}$
 $= 1 - \frac{1}{\sqrt[p]{m-1}} \left(\sum_{i=1}^{m-1} \max_{j \in I_n} \{|b_{0j}b_{ij} - a_{0j}a_{ij}|^p\} \right)^{\frac{1}{p}} = s_8^p([b_{ij}], [a_{ij}])$
- iii. $0 \leq s_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \leq 1$ eşitsizliği Önerme 4.12 kullanılarak kolaylıkla görülür. $\square$

Önerme 4.31. Her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p, r \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $s_1([0], [1]) = s_2([0], [1]) = s_3([0], [1]) = s_4([0], [1]) = s_5([0], [1]) = 0$
- ii. $s_6^p([0], [1]) = s_7^p([0], [1]) = s_8^p([0], [1]) = 0$

koşulları sağlanır.

KANIT. *i* ve *ii* Önerme 4.23-4.30'den kolaylıkla görülür. $\square$

Önerme 4.32. Her $[a_{ij}], [b_{ij}], [c_{ij}] \in FPFSE[U]$ ve $p \in \mathbb{N}^+$ için,

- i. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (s_1([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_1([a_{ij}], [b_{ij}]) \wedge s_1([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_1([b_{ij}], [c_{ij}]))$
- ii. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (s_2([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_2([a_{ij}], [b_{ij}]) \wedge s_2([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_2([b_{ij}], [c_{ij}]))$
- iii. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (s_3([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_3([a_{ij}], [b_{ij}]) \wedge s_3([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_3([b_{ij}], [c_{ij}]))$
- iv. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (s_4([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_4([a_{ij}], [b_{ij}]) \wedge s_4([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_4([b_{ij}], [c_{ij}]))$
- v. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (s_5([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_5([a_{ij}], [b_{ij}]) \wedge s_5([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_5([b_{ij}], [c_{ij}]))$
- vi. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (s_6^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_6^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \wedge s_6^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_6^p([b_{ij}], [c_{ij}]))$
- vii. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (s_7^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_7^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \wedge s_7^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_7^p([b_{ij}], [c_{ij}]))$
- viii. $[a_{ij}] \tilde{\subseteq} [b_{ij}] \tilde{\subseteq} [c_{ij}] \Rightarrow (s_8^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_8^p([a_{ij}], [b_{ij}]) \wedge s_8^p([a_{ij}], [c_{ij}]) \leq s_8^p([b_{ij}], [c_{ij}]))$

koşulları sağlanır.

KANIT. Önerme 4.15'den kolaylıkla görülür. $\square$

Önerme 4.33. Her $[a_{ij}], [b_{ij}] \in FPFSE[U]$ için,

- i. $s_1([a_{ij}], [b_{ij}]) = s_6^1([a_{ij}], [b_{ij}]) = s_7^1([a_{ij}], [b_{ij}])$
- ii. $s_3([a_{ij}], [b_{ij}]) = s_6^2([a_{ij}], [b_{ij}])$
- iii. $s_4([a_{ij}], [b_{ij}]) = s_7^2([a_{ij}], [b_{ij}])$
- iv. $s_5([a_{ij}], [b_{ij}]) = s_8^1([a_{ij}], [b_{ij}])$

KANIT. Önerme 4.23-4.30'den kolaylıkla görülür. $\square$

Örnek 4.34. Örnek 3.4'te verilen *fpfs*-matrislerin arasındaki pseudo-benzerlikler aşağıdaki gibidir:

$$s_1([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0.7944 \quad s_2([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0.2800 \quad s_3([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0.7008 \quad s_4([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0.7197$$

$$s_5([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0.5500 \quad s_6^3([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0.6301 \quad s_7^3([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0.6780 \quad s_8^3([a_{ij}], [b_{ij}]) = 0.4728$$

BÖLÜM 5

MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde, ilk olarak, geliştirilen sınıflandırma algoritmalarında kullanılan notasyonlar ve tanımlar sunuldu. İkinci olarak, algoritmaların simülasyonlarında kullanılan veri setlerinin özellikleri verildi. Üçüncü olarak, algoritmaların performanslarını karşılaştırmak için kullanılan performans metrikleri ve matematiksel notasyonları sunuldu. Dördüncü olarak, simülasyonların nasıl yapıldığı anlatıldı. Son olarak, performans sonuçlarının istatistiksel bir değerlendirmesini yapabilmek için bazı istatistiksel testler sunuldu ve nasıl kullanıldıkları anlatıldı.

5.1. Temel Tanımlar ve Notasyonlar

$D = [d_{ij}]_{m \times (n+1)}$ bir veri matrisini gösterebilir ve son sütunu verilerin sınıf etiketlerini içersin. Burada m örnek sayısını n ise parametre sayısını temsil etmektedir. $m_1 + m_2 = m$ olacak şekilde, $(D_{train})_{m_1 \times n}$, $C_{m_1 \times 1}$ ve $(D_{test})_{m_2 \times n}$ sırasıyla D 'den elde edilen eğitim matrisi, eğitim matrisinin sınıf etiketleri ve test matrisini göstermektedir. $r = 1, 2, \dots, l$ sınıf sayısı olmak üzere, D_{train}^r , D_{train} eğitim matrisinin r sınıfına ait örneklerden oluşan ayıklanmış matris, yani r -sınıf matrisi olsun. $U_{l \times 1}$, $C_{m_1 \times 1}$ 'nin farklı sınıf etiketlerini barındıran bir matris olsun. $D_{i-train}$ ve D_{i-test} sırasıyla D_{train} ve D_{test} matrislerinin i . satırlarını gösterebilir. Benzer şekilde, $D_{train-j}$ ve D_{test-j} sırasıyla D_{train} ve D_{test} matrislerinin j . sütunlarını gösterebilir. Son olarak, $T_{m_2 \times 1}$, D_{train} kullanılarak D_{test} için tahmin edilen sınıf etiketlerinin matrisi olsun.

Tanım 5.1. $u, v \in \mathbb{R}^n$ olsun. O halde,

$$P(u, v) := \frac{n \sum_{i=1}^n u_i v_i - (\sum_{i=1}^n u_i)(\sum_{i=1}^n v_i)}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^n u_i^2 - (\sum_{i=1}^n u_i)^2] [n \sum_{i=1}^n v_i^2 - (\sum_{i=1}^n v_i)^2]}}$$

ile tanımlı $P : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonuna u ve v arasındaki Pearson korelasyon katsayısı denir ve $P(u, v)$ şeklinde gösterilir.

Tanım 5.2. $u, v \in \mathbb{R}^n$ olsun. Her $i \in I_n$ için, u_i ve v_i 'nin sıralamaları arasındaki fark d_i ile gösterilsin. O halde,

$$S(u, v) := 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)}$$

ile tanımlı $S : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonuna u ve v arasındaki Spearman sıralama korelasyon katsayısı denir ve $S(u, v)$ şeklinde gösterilir.

Tanım 5.3. $u, v \in \mathbb{R}^n$ olsun. O halde,

$$K(u, v) := \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i < j} \text{sgn}(u_i - u_j) \text{sgn}(v_i - v_j), \quad i, j \in I_n$$

ile tanımlı $K : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \longrightarrow [-1, 1]$ fonksiyonuna u ve v arasındaki Kendall sıralama korelasyon katsayısı denir ve $K(u, v)$ şeklinde gösterilir.

Tanım 5.4. $u \in \mathbb{R}^n$ olsun. O halde,

$$\text{std}(u) := \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n u_i - \bar{u}}{n-1}}$$

ile tanımlı $\text{std} : \mathbb{R}^n \longrightarrow [0, \infty)$ fonksiyonuna u 'nun standart sapması denir ve $\text{std}(u)$ ile gösterilir. Burada $\bar{u}$, u 'nun aritmetik ortalamasını göstermektedir.

Tanım 5.5. $u \in \mathbb{R}^n$ olsun. O halde,

$$\hat{u}_i := \begin{cases} \frac{u_i - \min\{u\}}{\max\{u\} - \min\{u\}}, & \max\{u\} \neq \min\{u\} \\ 1, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

ile tanımlı $\hat{u}$ vektörüne u 'nun normalleştirilmesi denir.

Tanım 5.6. $(D_{train})_{m_1 \times n}$ ve $C_{m_1 \times 1}$ verilsin. O halde,

$$fw_{j1} := |P(D_{train-j}, C)|, \quad j \in I_n$$

veya

$$fw_{j1} := |S(D_{train-j}, C)|, \quad j \in I_n$$

veya

$$fw_{j1} := |K(D_{train-j}, C)|, \quad j \in I_n$$

ile tanımlı fw vektörüne D_{train} 'in sırasıyla Pearson, Spearman ve Kendall korelasyon katsayılarına dayanan özellik ağırlık vektörü denir.

Tanım 5.7. $(D_{train})_{m_1 \times n}$ ve $(D_{test})_{m_2 \times n}$ verilsin. $i, r \in I_{m_1}$, $s \in I_{m_2}$ ve $j \in I_n$ olmak üzere,

$$\tilde{d}_{ij-train} := \frac{d_{ij-train} - \min_{r,s} \{d_{rj-train}, d_{sj-test}\}}{\max_{r,s} \{d_{rj-train}, d_{sj-test}\} - \min_{r,s} \{d_{rj-train}, d_{sj-test}\}}$$

ile tanımlı $\tilde{D}_{train}$ matrisine, D_{train} 'in özellik bulanıklaştırılmış matrisi denir.

Tanım 5.8. $(D_{train})_{m_1 \times n}$ ve $(D_{test})_{m_2 \times n}$ verilsin. $r \in I_{m_1}$, $i, s \in I_{m_2}$ ve $j \in I_n$ olmak üzere,

$$\tilde{d}_{ij-test} := \frac{d_{ij-test} - \min_{r,s} \{d_{rj-train}, d_{sj-test}\}}{\max_{r,s} \{d_{rj-train}, d_{sj-test}\} - \min_{r,s} \{d_{rj-train}, d_{sj-test}\}}$$

ile tanımlı $\tilde{D}_{test}$ matrisine, D_{test} 'in özellik bulanıklaştırılmış matrisi denir.

Tanım 5.9. $(\tilde{D}_{train}^r)_{m_r \times n}$ verilsin. $r \in I_l$ ve $j \in I_n$ olmak üzere,

$$e_{rj} := \frac{1}{m_r} \sum_{i=1}^{m_r} \tilde{d}_{ij-train}^r$$

ile tanımlı $E_{l \times n}$ matrisine, $\tilde{D}_{train}^r$ 'nin sınıf merkez matrisi denir.

Tanım 5.10. (Erkan, 2020) $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ ve $\varphi \in \mathbb{R}^n$ olsun. $A\varphi = \lambda B\varphi$ olacak şekilde $\lambda \in \mathbb{R}$ varsa λ 'ya A ve B 'nin genelleştirilmiş özdeğeri denir. A ve B 'nin tüm genelleştirilmiş özdeğerlerinin vektörü $\text{eig}(A, B) = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{bmatrix}$ ile gösterilir.

Tanım 5.11. (Erkan, 2020) $u \in \mathbb{R}^n$ olsun. O halde, $u := (u_1, u_2, \dots, u_n)$ 'nin $\text{diag}(u)$ ile gösterilen köşegen formu aşağıdaki gibidir:

$$\begin{bmatrix} u_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & u_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_n \end{bmatrix}$$

Tanım 5.12. (Erkan, 2020) A ve B köşegen bileşenleri sıfırdan farklı iki köşegen matris olsun. O halde,

$$q(A, B) := \sum \left| \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} - \text{eig}(A, B) \right|$$

ile tanımlı fonksiyona A 'nın B 'ye quasi-mesafesi denir.

Not 5.13. A ve B köşegen bileşenleri sıfırdan farklı iki köşegen matris olsun. O halde Tanım 5.12'deki quasi-mesafe yardımıyla aşağıdaki gibi bir benzerlik ölçümü tanımlanabilir.

$$s_{ev}(A, B) := 1 - \left(\frac{2}{\pi} \arctan(q(A, B)) \right)$$

5.2. UCI Veri Tabanı Veri Setleri

Makine öğreniminde geliştirilen algoritmaların simülasyonlarının yapılabildiği UCI makine öğrenimi veri tabanı (Dua ve Graff, 2019) gibi çok çeşitli veri tabanları (Suckling ve diğerleri, 2015) bulunmaktadır. Bu tez çalışmasında, yazında yaygın olarak tercih edildiği için UCI Machine Learning Repository (Dua ve Graff, 2019) veri tabanı tercih edilmiştir. Bu veri tabanında bulunan 26 veri seti, geliştirilen algoritmaların simülasyonlarında kullanılmıştır. Kullanılan veri setlerinin özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1
Simülasyonlarda kullanılan UCI veri setlerinin özellikleri.

No.	Veri Seti Adı	Örnek Sayısı	Parametre Sayısı	Sınıf Sayısı
1	Breast Cancer	569	30	2
2	Cryotherapy	90	6	2
3	Haberman’s Survival	306	3	2
4	Hepatitis	155	19	2
5	Immunotherapy	90	7	2
6	Libras	360	90	15
7	Parkinsons	195	22	2
8	Sonar	208	60	2
9	Heart	270	13	2
10	Wine	178	13	3
11	Australian	690	14	2
12	Hayes-Roth	132	5	3
13	Teaching	151	5	3
14	Iris	150	4	3
15	Ionosphere	351	34	2
16	Pima Indians Diabetes	768	8	2
17	Musk (Versiyon 1)	476	167	2
18	Zoo	101	16	7
19	Diabetic Retinopathy	1151	19	2
20	German Credit	1000	20	2
21	Parkinson’s Disease	756	754	2
22	Vehicle	846	17	4
23	Mice	1077	72	8
24	Semeion	1593	265	2
25	Image Segmentation	2310	19	7
26	Vowel	990	13	11

5.3. Performans Metrikleri

Bu alt bölümde, algoritmaların performanslarını karşılaştırmak için yaygın olarak kullanılan doğruluk (Acc) (Denklem 5.5), kesinlik (Pre) (Denklem 5.6), duyarlılık (Rec) (Denklem 5.7), makro F-skor (MacF) (Denklem 5.8) ve mikro F-skor (MicF) (Denklem 5.9) performans metrikleri sunuldu. Bu performans metriklerinin matematiksel notasyonları aşağıdaki gibidir.

Sınıflandırılmak istenen n tane örnek $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ şeklinde gösterilsin. $\mathbb{Y} = \{\mathbb{Y}_1, \mathbb{Y}_2, \dots, \mathbb{Y}_n\}$ bu örneklerin doğru sınıflarını, $\hat{\mathbb{Y}} = \{\hat{\mathbb{Y}}_1, \hat{\mathbb{Y}}_2, \dots, \hat{\mathbb{Y}}_n\}$ bu örneklerin

tahmin edilen sınıflarını ve l toplam sınıf sayısını gösterebilir. O halde, i . sınıf için doğru pozitif (TP_i), doğru negatif (TN_i), yanlış pozitif (FP_i) ve yanlış negatif (FN_i) değerleri

$$TP_i := |\{x_t | i \in \mathbb{Y}_t \wedge i \in \hat{\mathbb{Y}}_t, 1 \leq t \leq n\}| \quad (5.1)$$

$$TN_i := |\{x_t | i \notin \mathbb{Y}_t \wedge i \notin \hat{\mathbb{Y}}_t, 1 \leq t \leq n\}| \quad (5.2)$$

$$FP_i := |\{x_t | i \notin \mathbb{Y}_t \wedge i \in \hat{\mathbb{Y}}_t, 1 \leq t \leq n\}| \quad (5.3)$$

$$FN_i := |\{x_t | i \in \mathbb{Y}_t \wedge i \notin \hat{\mathbb{Y}}_t, 1 \leq t \leq n\}| \quad (5.4)$$

olmak üzere,

$$\text{Acc}(\mathbb{Y}, \hat{\mathbb{Y}}) := \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \frac{TP_i + TN_i}{TP_i + TN_i + FP_i + FN_i} \quad (5.5)$$

$$\text{Pre}(\mathbb{Y}, \hat{\mathbb{Y}}) := \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \frac{TP_i}{TP_i + FP_i} \quad (5.6)$$

$$\text{Rec}(\mathbb{Y}, \hat{\mathbb{Y}}) := \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \frac{TP_i}{TP_i + FN_i} \quad (5.7)$$

$$\text{MacF}(\mathbb{Y}, \hat{\mathbb{Y}}) := \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \frac{2TP_i}{2TP_i + FP_i + FN_i} \quad (5.8)$$

$$\text{MicF}(\mathbb{Y}, \hat{\mathbb{Y}}) := \frac{2 \sum_{i=1}^l TP_i}{2 \sum_{i=1}^l TP_i + \sum_{i=1}^l FP_i + \sum_{i=1}^l FN_i} \quad (5.9)$$

biçimindedir.

5.4. Simülasyon Süreci

Bu alt bölümde, simülasyon için kullanılan yazılım ve donanım özellikleri ve simülasyon sürecinin nasıl yürütüldüğü detaylandırıldı. Simülasyonlar için MATLAB R2020b yazılımı ve I(R) Xeon(R) CPU E5-1620 v4 @ 3.5 GHz işlemci ve 64 GB RAM donanımına sahip bir iş istasyonu kullanıldı.

Her bir sınıflandırma algoritması, k -fold çapraz doğrulama (Stone, 1974) yoluyla eğitildi ve test edildi. k -fold çapraz doğrulamada, veri setleri eşit boyutlu k parçaya ayrılır. Bu süreç rastgele gerçekleşmektedir. Bir parça doğrulama verisi (test verisi) olarak kullanılırken, kalan $k - 1$ parça algoritmayı eğitmek için eğitim verisi olarak kullanılmaktadır. Çapraz doğrulama işlemi k kez tekrarlandığından dolayı, her parça test

verisi olarak yalnızca bir kez kullanılır. Bu nedenle, veri setindeki tüm örnekler hem eğitim hem de test verileri olarak kullanılmış olur.

Bu tez çalışmasında, simülasyonlarda 5-fold çapraz doğrulama kullanıldı ve bu 5 iterasyon için elde edilen ortalama performans sonuçları ve çalışma süreleri kaydedildi. Daha sonra, bu işlem 30 kez tekrarlandı. Son olarak, 30 tekrardan elde edilen doğruluk, kesinlik, duyarlılık, makro F-skor, mikro F-skor ve çalışma süresi sonuçları elde edildi.

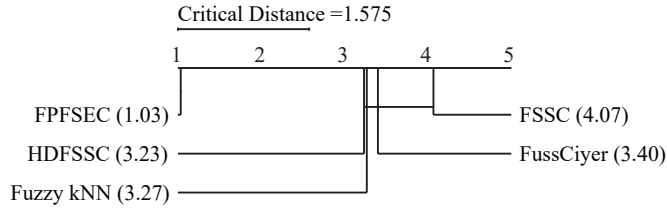
5.5. İstatistiksel Değerlendirme

Bu alt bölümde, beş performans ölçümü ve çalışma süresi açısından elde edilen performans sonuçlarındaki genel farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını değerlendirmek için parametrik olmayan Friedman testi (Friedman, 1940) ve Nemenyi post-hoc testi (Nemenyi, 1963), Demšar (2006) tarafından önerilen şekilde kullanılmaktadır.

Çoklu hipotez testleri için parametrik olmayan bir test olan Friedman testi, her veri seti için algoritmaların performansa dayalı bir sıralamasını üretir. Dolayısıyla, 1 sıralaması en iyi performans gösteren algoritmayı, 2 sıralaması en iyi performans gösteren ikinci algoritmayı gösterir vb. şekilde bu gösterim diğerleri için de geçerlidir. Algoritmaların sıralarının eşit olması durumunda ortalama sıralama atanır. Daha sonra, Friedman testi, χ_F^2 Friedman istatistiğini hesaplar. k algoritma sayısı ve N veri seti sayısı olmak üzere, k ve N yeterince büyük ($k > 5$ ve $N > 10$ (Demšar, 2006)) ise Friedman istatistiği, $k - 1$ serbestlik derecesi ile ki-kare dağılımı gösterir. Diğer bir ifade ile, $\alpha = 0.05$ önem derecesi için, $k > 5$ ve $N > 10$ olması durumunda, hesaplanan χ_F^2 değerleri uygun kritik değerden (Tablo 2) büyük ise ya da $k \leq 5$ veya $N \leq 10$ olması durumunda hesaplanan χ_F^2 değerleri uygun kritik değerden (Tablo 3) büyük ise “Tüm algoritmaların performansları eşittir” olarak kabul edilen sıfır hipotezi reddedilir. Diğer bir ifadeyle, performanslar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark vardır. Yazında yaygın olarak $\alpha = 0.05$ önem derecesine göre hesaplanan kritik değerler kullanıldığından, bu tez çalışmasında önem derecesi $\alpha = 0.05$ olarak seçilmiştir.

Friedman testi uygulandıktan sonra performanslar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark tespit edilirse, hangi farkın hangi algoritmaya ait olduğunu tespit etmek için bir post-hoc test kullanılmalıdır (Demšar, 2006). Makine öğreniminde, Nemenyi testi, tüm sınıflandırıcıları birbiriyle karşılaştırmak için yaygın olarak kullanılan post-hoc testlerden biridir. Bu testte, iki algoritmanın ortalama sıralaması arasındaki fark kritik mesafeden daha fazla ise test, performansların önemli ölçüde farklı olduğunu gösterir. İki algoritmanın ortalama sıralaması arasındaki fark kritik mesafeden daha az ise test, performanslar arasında önemli ölçüde bir fark olmadığını gösterir. Bahsi geçen bu iki durum, Nemenyi

testinin çıktılarından elde edilen kritik diyagram üzerinden görülebilir. Örneğin, Şekil 2’de ikili olarak ortalama sıraları arasındaki fark kritik mesafeden daha fazla olduğu için FPFSEC’nin ve diğerlerinin performansları arasında ikili olarak önemli ölçüde bir performans farkı olduğu görülmektedir. Diğer taraftan Şekil 2, FSSC, FussCyier, HDFSSC ve Fuzzy kNN algoritmalarının ortalama sıralamaları arasındaki fark kritik mesafeden daha az olduğu için performansları arasında ikili olarak anlamlı bir fark olmadığını da göstermektedir.



Şekil 2. Nemenyi testi kritik diyagramı örneği

Tablo 2

$k > 5$ ve $N > 10$ için Friedman testi kritik değerleri (Zar, 2010)

$df = k - 1$	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$
1	1.32	2.71	3.84	5.02
2	2.77	4.61	5.99	7.38
3	4.11	6.25	7.82	9.35
4	5.39	7.78	9.49	11.14
5	6.63	9.24	11.07	12.83
6	7.84	10.65	12.59	14.45
7	9.04	12.02	14.07	16.01
8	10.22	13.36	15.51	17.54
9	11.39	14.68	16.92	19.02
10	12.55	15.99	18.31	20.48

Burada, df serbestlik derecesi, α önem derecesi, k karşılaştırılan algoritma sayısı ve N veri seti sayısıdır.

Tablo 3

$k \leq 5$ veya $N \leq 10$ için Friedman testi kritik değerleri (Martin ve diğerleri, 1993)

N	$\alpha = 0.05$			
	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$
2	—	6.00	7.60	9.14
3	6.00	7.40	8.53	9.86
4	6.50	7.80	8.80	10.27
5	6.40	7.80	8.96	10.47
6	7.00	7.60	9.07	10.57
7	7.14	7.80	9.14	10.67
8	6.25	7.65	9.30	10.71
9	6.22	7.80	9.25	10.78
10	6.20	7.80	9.28	10.80
11	6.56	7.91	9.49	11.07
12	6.17	7.90	9.49	11.07
13	6.00	7.97	9.49	11.07
14	6.14	7.39	9.49	11.07
15	6.40	8.04	9.49	11.07
15+	5.99	7.82	9.49	11.07

Burada, α önem derecesi, k karşılaştırılan algoritma sayısı ve N veri seti sayısıdır.

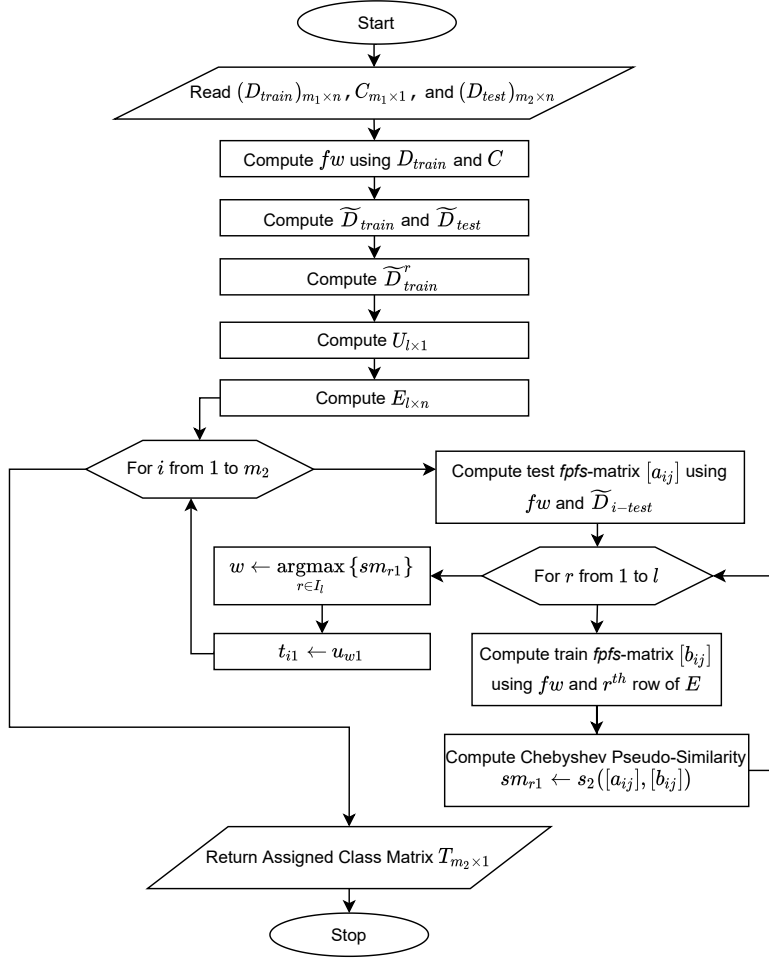
BÖLÜM 6

BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK MATRİSLERİN BENZERLİK ÖLÇÜMLERİNİN MAKİNE ÖĞRENİMİNE UYGULANMASI

6.1. Chebyshev Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı

6.1.1. FPFSCC Algoritması

Bu alt bölümde, Bölüm 4.2’de tanımlanan Chebyshev pseudo-benzerliği kullanılarak Chebyshev Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı (FPFSCC) adında yeni bir sınıflandırma algoritması önerildi (Memiş ve Enginoğlu, 2019). Burada, esnek küme yazınındaki FSSC (Handaga ve diğerleri, 2012), FussCyier (Lashari ve diğerleri, 2017) ve HDFSSC (Yanto ve diğerleri, 2018) yöntemleri *fpfs*-matrisler ve onların Chebyshev pseudo-benzerliği yoluyla geliştirilmiştir. Bu sayede parametrelerin sınıflandırmaya etkisi sınıflandırma sürecine dâhil edilmiştir. FPFSCC, parametrelerin sınıflandırma üzerindeki etkisine dayalı olarak özellik ağırlığını elde etmek için Pearson korelasyon katsayısını kullanır. Daha sonra, normalleştirilmiş eğitim ve test örneklerini ve normalleştirilmiş eğitim örnekleri yoluyla *r*-sınıf matrisini elde eder. Test *fpfs*-matrisini ve her *r* için eğitim *fpfs*-matrislerini inşa eder. Daha sonra, önerilen sınıflandırıcı, test *fpfs*-matrisine Chebyshev pseudo-benzerliği en yüksek olan *r*-sınıf örneğinin sınıf etiketini test örneğine atar. Bu süreç, tüm test örnekleri için benzer şekilde ilerler. Son olarak, test verileri için tahmin edilen sınıf matrisi oluşturulur. FPFSCC’nin algoritma akış şeması (Şekil 3) ve algoritma adımları (Algoritma 3) aşağıdaki gibidir:



Şekil 3. FPFSCC algoritma akış şeması

Algoritma 3: FPFSCC algoritma adımları

Input: $(D_{train})_{m_1 \times n}$, $C_{m_1 \times 1}$, and $(D_{test})_{m_2 \times n}$

Output: $T_{m_2 \times 1}$

- 1: **procedure** FPFSCC(D_{train} , C , D_{test})
 - 2: Compute fw using D_{train} and C
 - 3: Compute feature fuzzification of D_{train} and D_{test} , namely $\tilde{D}_{train}$ and $\tilde{D}_{test}$
 - 4: Compute r -class matrix of D_{train} , namely $\tilde{D}_{train}^r$
 - 5: Compute unique-class matrix of $C_{m_1 \times 1}$, namely $U_{l \times 1}$
 - 6: Compute cluster centre matrix of $\tilde{D}_{train}^r$, namely $E_{l \times n}$
 - 7: **for** i from 1 to m_2 **do**
 - 8: Compute the test $fdfs$ -matrix $[a_{ij}]$ using fw and $\tilde{D}_{i-test}$
 - 9: **for** r from 1 to l **do**
 - 10: Compute the train $fdfs$ -matrix $[b_{ij}]$ using fw and r^{th} row of E
 - 11: $sm_{r1} \leftarrow s_2([a_{ij}], [b_{ij}])$
 - 12: **end for**
 - 13: $w \leftarrow \text{argmax}_{r \in I_l} \{sm_{r1}\}$
 - 14: $t_{i1} \leftarrow u_{w1}$
 - 15: **end for**
 - 16: **return** $T_{m_2 \times 1}$
 - 17: **end procedure**
-

6.1.2. FPFSCC Simülasyon Sonuçları

Bu alt bölümde, FPFSCC algoritması, bulanık küme ve esnek kümenin hibrit versiyonu olan bulanık esnek küme yoluyla geliştirilmiş FSSC (Handaga ve diğerleri, 2012), FussCyier (Lashari ve diğerleri, 2017) ve HDFSSC (Yanto ve diğerleri, 2018) ile karşılaştırıldı. Daha sonra, 5-fold çapraz doğrulama ve 30 tekrar ile elde edilen performans sonuçları sunuldu.

Tablo 4, “Diabetic Retinopathy”, “Immunotherapy”, “Libras”, “German Credit”, “Parkinson’s Disease” ve “Vowel” veri setleri için algoritmaların ortalama doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skör, mikro F-skör ve çalışma süresi sonuçlarını göstermektedir. Tablo 4, FPFSCC’nin göz önüne alınan veri setlerinde genel olarak diğerlerinden daha başarılı olduğunu göstermektedir. FPFSCC, yaklaşık %92 doğruluk değeri ile en iyi performansı sergilemektedir. Özellikle “Parkinson’s Disease” ve “Musk (Versiyon 1)” veri setlerinde FPFSCC diğerlerinden çok daha iyi bir başarıya sahiptir.

Göz önüne alınan veri setlerinde tüm performans metriklerine göre genel performans sonuçlarının %62 ila %72 arasında değişkenlik gösterdiği görülmektedir. Ortalama performans sonuçları genel olarak çok yüksek olmasa da FPFSCC ortalama performans sonuçlarına göre diğer yöntemlerden daha başarılıdır.

Tablo 4
FPFSCC’nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları

Veri Setleri	Algoritmalar	Acc±SD	Pre ±SD	Rec±SD	MacF±SD	MicF±SD	Çalışma Süresi±SD
Diabetic Retinopathy	FSSC	57.45±3.23	57.66±3.22	57.64±3.21	57.40±3.23	57.45±3.23	0.00142±0.00025
	FussCyier	57.07±3.18	57.37±3.17	57.33±3.16	57.03±3.18	57.07±3.18	0.00064±0.00009
	HDFSSC	56.76±3.13	56.93±3.12	56.92±3.12	56.72±3.13	56.76±3.13	0.00102±0.00018
	FPFSCC	58.93±3.25	58.92±3.23	58.91±3.22	58.82±3.25	58.93±3.25	0.01079±0.00053
Immunotherapy	FSSC	61.70±10.79	61.36±8.72	65.65±11.62	57.12±10.21	61.70±10.79	0.00017±0.00004
	FussCyier	67.52±10.03	63.34±9.12	67.95±11.61	61.82±10.21	67.52±10.03	0.00010±0.00002
	HDFSSC	65.74±10.45	62.50±9.26	67.40±12.53	60.40±10.60	65.74±10.45	0.00013±0.00004
	FPFSCC	68.15±10.61	65.22±8.96	71.13±11.89	63.20±10.77	68.15±10.61	0.00120±0.00015
German Credit	FSSC	63.27±3.45	62.00±3.07	64.11±3.63	61.06±3.36	63.27±3.45	0.00125±0.00015
	FussCyier	63.38±3.49	61.97±3.08	64.05±3.63	61.09±3.39	63.38±3.49	0.00057±0.00005
	HDFSSC	64.58±3.64	61.67±3.29	63.38±3.76	61.43±3.56	64.58±3.64	0.00090±0.00011
	FPFSCC	67.56±3.14	66.22±2.71	69.06±3.14	65.56±3.01	67.56±3.14	0.00964±0.00066
Musk (Versiyon 1)	FSSC	44.35±4.69	40.40±5.62	41.83±4.83	40.43±5.23	44.35±4.69	0.00139±0.00027
	FussCyier	56.02±4.64	59.75±5.69	58.47±4.87	55.37±4.66	56.02±4.64	0.00084±0.00009
	HDFSSC	61.52±4.46	63.49±4.52	63.01±4.42	61.34±4.54	61.52±4.46	0.00106±0.00022
	FPFSCC	69.70±4.22	71.68±5.51	66.92±4.42	66.56±4.93	69.70±4.22	0.01572±0.00152
Parkinson’s Disease	FSSC	37.80±6.25	46.48±4.51	46.48±4.44	37.14±5.81	37.80±6.25	0.00943±0.00109
	FussCyier	60.85±16.79	46.23±5.44	48.67±2.12	44.01±13.00	60.85±16.79	0.00834±0.00093
	HDFSSC	61.45±16.53	46.89±6.22	48.87±2.22	44.65±13.18	61.45±16.53	0.00883±0.00104
	FPFSCC	74.73±3.54	69.16±3.77	72.76±4.44	69.92±4.00	74.73±3.54	0.06244±0.00478
Vowel	FSSC	89.43±0.56	44.82±3.99	41.84±3.06	40.38±3.08	41.84±3.06	0.00462±0.00061
	FussCyier	90.46±0.60	48.12±3.73	47.53±3.31	45.96±3.34	47.53±3.31	0.00083±0.00009
	HDFSSC	90.37±0.60	47.37±3.67	47.03±3.32	45.61±3.44	47.03±3.32	0.00251±0.00035
	FPFSCC	91.75±0.59	55.14±3.63	54.60±3.25	53.80±3.32	54.60±3.25	0.02298±0.00150
Ortalama Performans Sonuçları	FSSC	59.00±4.83	52.12±4.85	52.92±5.13	48.92±5.15	51.07±5.25	0.00305±0.00040
	FussCyier	65.88±6.46	56.13±5.04	57.33±4.78	54.21±6.30	58.73±6.91	0.00189±0.00021
	HDFSSC	66.74±6.47	56.48±5.01	57.77±4.89	55.02±6.41	59.52±6.92	0.00241±0.00032
	FPFSCC	71.80±4.22	64.39±4.63	65.56±5.06	62.98±4.88	65.61±4.67	0.02046±0.00152

Performans sonuçları ve onların standart sapma değerleri yüzde olarak verilmiştir. En iyi performans kalın harflerle gösterilmiştir.

Göz önüne alınan tüm veri setleri için FPFSCC'nin diğer sınıflandırıcılara göre performans avantajları ile ilgili skorları Tablo 5'te verilmektedir. Sonuçlar, FPFSCC'nin doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor ve mikro F-skor performans metrikleri açısından veri setlerinde en iyi skorları verdiğini göstermektedir. Tablo 4'teki gibi, Table 5'ten de, FPFSCC'nin "Parkinson's Disease" ve "Musk (Versiyon 1)" veri setlerinde diğer sınıflandırıcılara göre çok daha iyi bir performans gösterirdiği görülmektedir.

Tablo 5
FPFSCC'nin performans avantaj skorları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc	Pre	Rec	MacF	MicF
Diabetic Retinopathy	FPFSCC-FSSC	1.48	1.26	1.27	1.42	1.48
	FPFSCC-FussCyier	1.86	1.55	1.58	1.79	1.86
	FPFSCC-HDFSSC	2.16	1.99	1.99	2.10	2.16
Immunotherapy	FPFSCC-FSSC	6.44	3.86	5.48	6.08	6.44
	FPFSCC-FussCyier	0.63	1.88	3.18	1.39	0.63
	FPFSCC-HDFSSC	2.41	2.72	3.73	2.80	2.41
German Credit	FPFSCC-FSSC	4.30	4.22	4.94	4.51	4.30
	FPFSCC-FussCyier	4.19	4.25	5.01	4.47	4.19
	FPFSCC-HDFSSC	2.98	4.55	5.67	4.14	2.98
Musk (Versiyon 1)	FPFSCC-FSSC	25.34	31.28	25.09	26.13	25.34
	FPFSCC-FussCyier	13.68	11.93	8.45	11.18	13.68
	FPFSCC-HDFSSC	8.17	8.19	3.91	5.22	8.17
Parkinson's Disease	FPFSCC-FSSC	36.93	22.68	26.28	32.79	36.93
	FPFSCC-FussCyier	13.88	22.94	24.09	25.91	13.88
	FPFSCC-HDFSSC	13.27	22.27	23.89	25.28	13.27
Vowel	FPFSCC-FSSC	2.32	10.32	12.76	13.43	12.76
	FPFSCC-FussCyier	1.29	7.02	7.07	7.84	7.07
	FPFSCC-HDFSSC	1.38	7.77	7.57	8.19	7.57
Ortalama Avantaj Skorları	FPFSCC-FSSC	12.80	12.27	12.64	14.06	14.54
	FPFSCC-FussCyier	5.92	8.26	8.23	8.76	6.88
	FPFSCC-HDFSSC	5.06	7.91	7.79	7.95	6.09

Skorlar yüzde olarak verilmiştir.

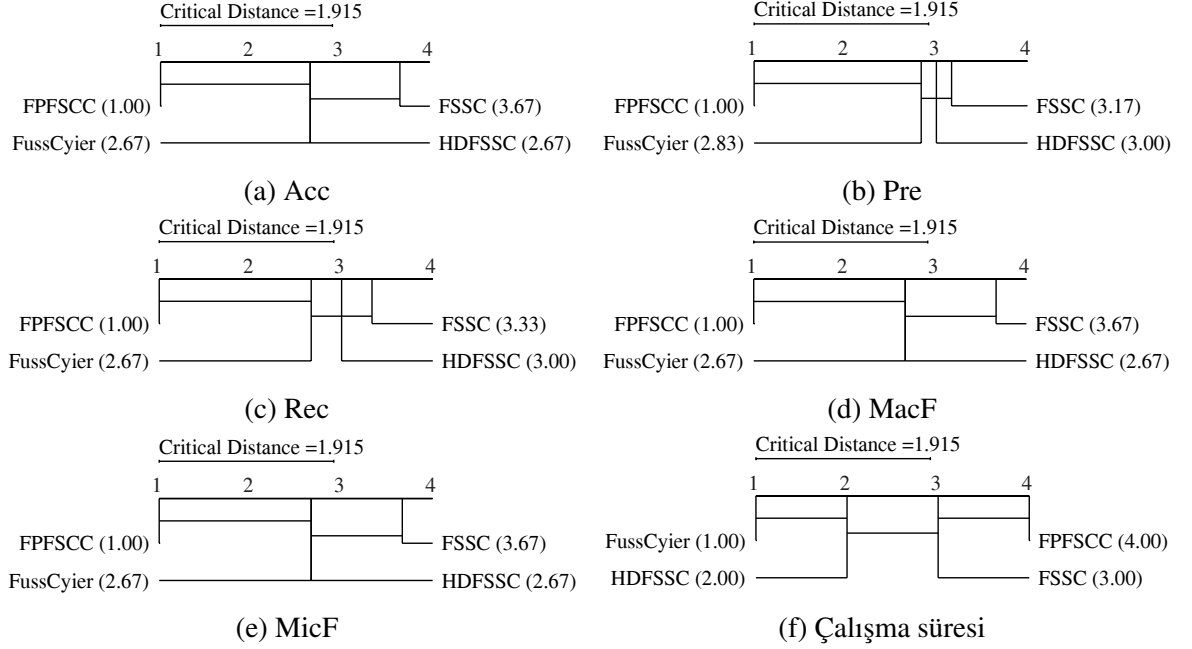
Örneğin, "Parkinson's Disease" veri setinde, en yakın puana sahip sınıflandırıcıya göre performans avantajlarına ilişkin doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor ve mikro F-skor değerleri, sırasıyla, %13.27, %22.27, %23.89, %25.28, 14.72% ve %13.27 şeklindedir. Benzer olarak, "Musk (Versiyon 1)" veri setindeki değerler de %8.17, %8.19, %3.91, %5.22 ve %8.17 şeklindedir.

Tablo 4 ve 5'teki ortalama sonuçlardan da anlaşılacağı üzere, FPFSCC göz önüne alınan veri setlerinde FSSC, FussCyier ve HDFSSC'den daha etkili bir yöntemdir.

6.1.3. FPFSCC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi

İlk olarak, bu bölümde, karşılaştırılan algoritma sayısı 4 ve veri setlerinin sayısı 6 olduğundan, simülasyonlarda ele alınan her algoritmanın ortalama sıralaması Friedman testi kullanılarak $k = 4$ ve $N = 6$ için hesaplanır. Doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor, mikro F-skor ve çalışma süresi değerlerinin Friedman testi istatistikleri, sırasıyla, $\chi_F^2 = 13.20$, $\chi_F^2 = 11.00$, $\chi_F^2 = 11.60$, $\chi_F^2 = 13.20$, $\chi_F^2 = 13.20$ ve $\chi_F^2 = 18.00$ olarak hesaplanır. $k = 4$ ve $N = 6$ için $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde Friedman testi kritik değeri 7.60'dır (Tablo 3). Doğruluk ($13.20 > 7.60$), kesinlik ($11.00 > 7.60$), duyarlık

(11.60 > 7.60), makro F-skor (13.20 > 7.60), mikro F-skor (13.20 > 7.60) ve çalışma süresi (18.00 > 7.60) değerlerinin Friedman testi istatistikleri kritik değerden büyük olduğundan karşılaştırılan algoritmaların performansları arasında anlamlı bir fark vardır. Bu nedenle, sıfır hipotezi reddedilir ve böylece Nemenyi post-hoc testi uygulanabilir.



Şekil 4. FPFSCC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları

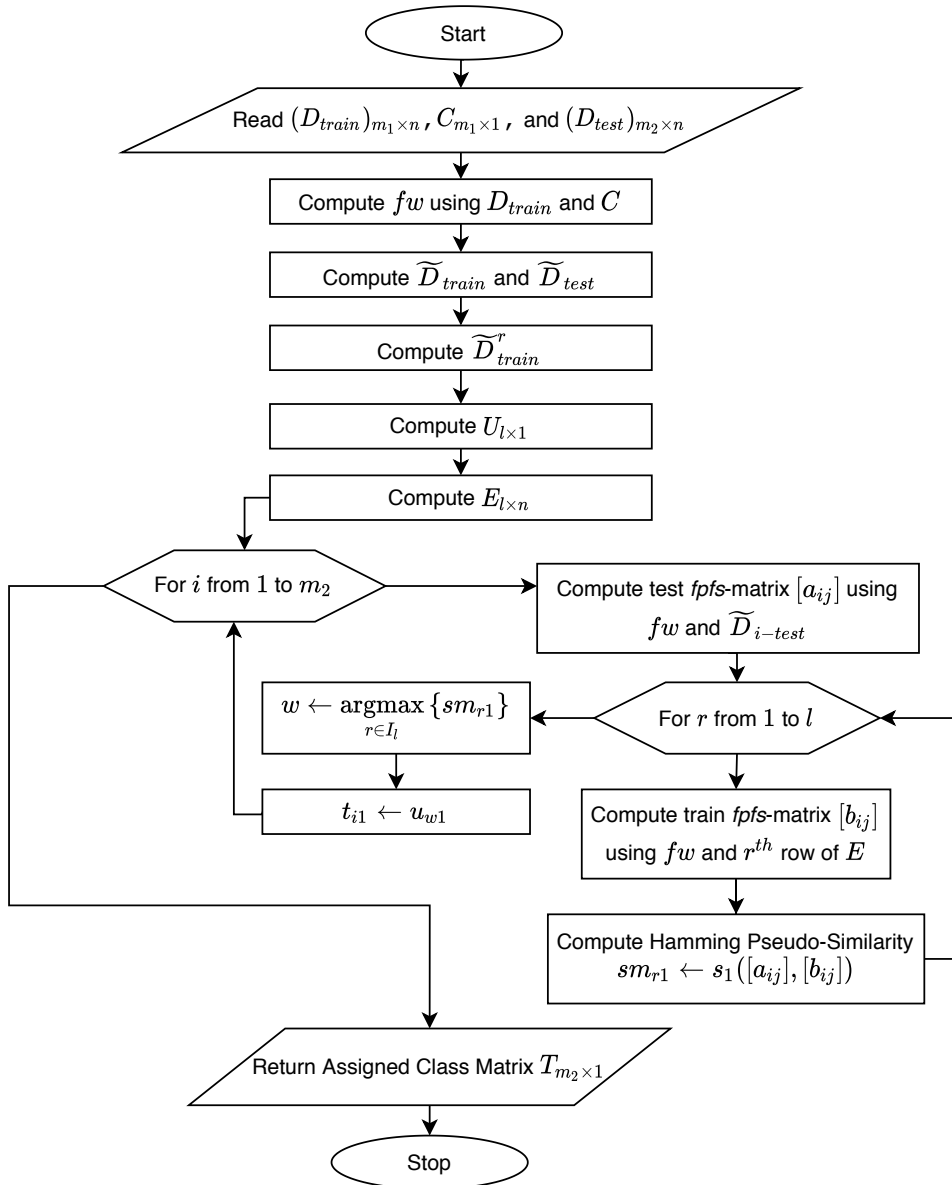
$k = 4$, $N = 6$ ve $\alpha = 0.05$ için Nemenyi post-hoc testine göre kritik mesafe 1.915 elde edilir. Beş performans metriği ve çalışma süresi için Nemenyi post-hoc testi tarafından üretilen kritik diyagram Şekil 4'te verilmiştir. Şekil 4, FPFSCC, FSSC ve HDFSSC'nin kesinlik ve duyarlık ortalama sıralamaları arasındaki farkların kritik mesafeden (1.915) daha fazla olduğunu göstermektedir. Diğer bir ifadeyle, FPFSCC'nin kesinlik ve duyarlık performansları FussCyier algoritmasından önemli ölçüde farklılık göstermemesine rağmen bu performanslar diğer iki algoritmadan önemli ölçüde farklılık göstermektedir. Sonuç olarak, Şekil 4'e göre, FPFSCC beş performans metriği açısından FSSC algoritmasından, kesinlik ve duyarlık metrikleri açısından hem FSSC hem de HDFSSC algoritmalarından önemli ölçüde üstündür.

6.2. Hamming Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı

6.2.1. FPFSNHC Algoritması

Bu alt bölümde, Bölüm 4.2'de tanımlanan Hamming pseudo-benzerliği kullanılarak Hamming Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı (FPFSNHC) adında yeni bir sınıflandırma algoritması önerildi (Memiş ve diğerleri, 2019).

FPFSNHC, parametrelerin sınıflandırma üzerindeki etkisine dayalı olarak özellik ağırlığını elde etmek için Pearson korelasyon katsayısını kullanır. Daha sonra, normalleştirilmiş eğitim ve test örneklerini ve normalleştirilmiş eğitim örnekleri yoluyla r -sınıf matrisini elde eder. Test $fpfs$ -matrisini ve her r için eğitim $fpfs$ -matrislerini inşa eder. Daha sonra, önerilen sınıflandırıcı, test $fpfs$ -matrisine Hamming pseudo-benzerliği en yüksek olan r -sınıf örneğinin sınıf etiketini test örneğine atar. Bu süreç, tüm test örnekleri için benzer şekilde ilerler. Son olarak, test verileri için tahmin edilen sınıf matrisi oluşturulur. FPFSNHC'nin algoritma akış şeması (Şekil 5) ve algoritma adımları (Algoritma 4) aşağıdaki gibidir:



Şekil 5. FPFSNHC algoritma akış şeması

Algoritma 4: FPFSNHC algoritma adımları

Input: $(D_{train})_{m_1 \times n}$, $C_{m_1 \times 1}$, and $(D_{test})_{m_2 \times n}$
Output: $T_{m_2 \times 1}$
1: **procedure** FPFSNHC(D_{train} , C , D_{test})
2: Compute fw using D_{train} and C
3: Compute feature fuzzification of D_{train} and D_{test} , namely $\tilde{D}_{train}$ and $\tilde{D}_{test}$
4: Compute r -class matrix of D_{train} , namely D_{train}^r
5: Compute unique-class matrix of $C_{m_1 \times 1}$, namely $U_{l \times 1}$
6: Compute cluster centre matrix of D_{train}^r , namely $E_{l \times n}$
7: **for** i from 1 to m_2 **do**
8: Compute the test $fpps$ -matrix $[a_{ij}]$ using fw and $\tilde{D}_{i-test}$
9: **for** r from 1 to l **do**
10: Compute the train $fpps$ -matrix $[b_{ij}]$ using fw and i .th row of E
11: $sm_{r1} \leftarrow s_1([a_{ij}], [b_{ij}])$
12: **end for**
13: $w \leftarrow \underset{r \in I_l}{\operatorname{argmax}} \{sm_{r1}\}$
14: $t_{i1} \leftarrow u_{w1}$
15: **end for**
16: **return** $T_{m_2 \times 1}$
17: **end procedure**

6.2.2. FPFSNHC Simülasyon Sonuçları

Bu alt bölümde, FPFSNHC algoritması bulanık küme veya esnek küme yoluyla geliştirilmiş Fuzzy kNN (Keller ve diğerleri, 1985), FSSC (Handaga ve diğerleri, 2012), FussCyier (Lashari ve diğerleri, 2017) ve HDFSSC (Yanto ve diğerleri, 2018) ile karşılaştırıldı. Daha sonra, 5-fold çapraz doğrulama ve 30 tekrar ile elde edilen performans sonuçları sunuldu.

Tablo 6, “Breast Cancer”, “German Credit”, “Hayes-Roth”, “Immunotherapy”, “Parkinson’s Disease”, “Pima Indian Diabetes”, “Heart” ve “Zoo” veri setleri için algoritmaların ortalama doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skör, mikro F-skör ve çalışma süresi sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 6’da, FPFSNHC’nin “Breast Cancer” ve “Zoo” veri setlerinde tüm performans metriklerine (“Zoo” daki duyarlık değeri 88.51 ± 9.73 hariç) göre %90’ın üzerinde bir performans sergilediği görülmektedir. Ayrıca “Pima” ve “Heart” veri setlerinde önerilen yöntemin performans değerlerinin %70 ile %85 arasında değiştiği ve “Pima” veri setindeki duyarlık performansı dışında diğerlerine göre daha başarılı olduğu gözlemlenmektedir.

Diğer taraftan, FPFSNHC “Breast Cancer” ve “Pima Indian Diabetes” veri setlerindeki duyarlık ve “Immunotherapy” veri setindeki mikro F-skör performanslarında çok az bir farkla geride kalsa da ortalama sonuçlara göre tüm performans metriklerinde Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC yöntemlerinden daha başarılıdır. Elde edilen sonuçlar, FPFSNHC’nin için göz önüne alınan tüm veri setlerinde diğer yöntemlerden daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Tablo 6

FPFSNHC'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc±SD	Pre ±SD	Rec±SD	MacF±SD	MicF±SD	Çalışma Süresi±SD
Breast Cancer	Fuzzy kNN	92.21±1.92	92.24±2.03	91.15±2.32	91.57±2.12	92.21±1.92	0.01947±0.00099
	FSSC	93.63±2.03	93.44±2.26	93.02±2.21	93.16±2.17	93.63±2.03	0.00142±0.00025
	FussCyier	93.59±2.11	94.34±2.11	92.07±2.55	92.97±2.36	93.59±2.11	0.00064±0.00009
	HDFSSC	92.88±2.32	93.06±2.46	91.71±2.67	92.26±2.55	92.88±2.32	0.00102±0.00018
	FPFSNHC	93.85±2.00	94.74±1.83	92.26±2.53	93.23±2.26	93.85±2.00	0.01079±0.00053
German Credit	Fuzzy kNN	61.96±2.77	52.54±3.40	52.24±2.95	52.12±3.16	61.96±2.77	0.01477±0.00060
	FSSC	63.27±3.45	62.00±3.07	64.11±3.63	61.06±3.36	63.27±3.45	0.00125±0.00015
	FussCyier	63.38±3.49	61.97±3.08	64.05±3.63	61.09±3.39	63.38±3.49	0.00057±0.00005
	HDFSSC	64.58±3.64	61.67±3.29	63.38±3.76	61.43±3.56	64.58±3.64	0.00090±0.00011
	FPFSNHC	65.35±2.86	66.01±2.70	68.89±3.18	63.37±2.84	65.35±2.86	0.00964±0.00066
Hayes-Roth	Fuzzy kNN	64.24±4.94	52.05±12.75	41.44±6.96	46.75±8.27	46.36±7.41	0.01031±0.00165
	FSSC	70.40±6.52	58.58±11.12	58.15±9.35	55.17±9.60	55.60±9.78	0.00139±0.00027
	FussCyier	71.88±6.80	61.14±11.18	58.15±9.90	58.04±9.78	57.82±10.20	0.00084±0.00009
	HDFSSC	68.75±5.74	56.27±9.00	56.10±8.81	55.33±8.37	53.12±8.61	0.00106±0.00022
	FPFSNHC	77.81±8.21	69.85±12.59	65.83±11.92	65.81±11.74	66.71±12.32	0.01572±0.00152
Immunotherapy	Fuzzy kNN	69.59±7.55	49.97±14.19	49.42±9.20	69.61±13.52	69.59±7.55	0.00029±0.00005
	FSSC	61.70±10.79	61.36±8.72	65.65±11.62	57.12±10.21	61.70±10.79	0.00017±0.00004
	FussCyier	67.52±10.03	63.34±9.12	67.95±11.61	61.82±10.21	67.52±10.03	0.00010±0.00002
	HDFSSC	65.74±10.45	62.50±9.26	67.40±12.53	60.40±10.60	65.74±10.45	0.00013±0.00004
	FPFSNHC	69.63±10.08	65.81±8.87	71.53±11.19	63.54±10.24	69.63±10.08	0.00120±0.00015
Parkinson's Disease	Fuzzy kNN	70.48±3.09	60.29±3.99	59.55±3.80	59.73±3.87	70.48±3.09	0.16719±0.00758
	FSSC	37.80±6.25	46.48±4.51	46.48±4.44	37.14±5.81	37.80±6.25	0.00943±0.00109
	FussCyier	60.85±16.79	46.23±5.44	48.67±2.12	44.01±13.00	60.85±16.79	0.00834±0.00093
	HDFSSC	61.45±16.53	46.89±6.22	48.87±2.22	44.65±13.18	61.45±16.53	0.00883±0.00104
	FPFSNHC	73.85±3.08	67.85±3.19	70.87±3.66	68.55±3.37	73.85±3.08	0.06244±0.00478
Pima	Fuzzy kNN	69.60±3.14	66.49±3.50	65.96±3.42	66.08±3.43	69.60±3.14	0.00631±0.00151
	FSSC	70.49±3.25	66.42±3.09	71.62±3.35	69.49±3.25	70.49±3.25	0.00084±0.00061
	FussCyier	72.91±2.99	70.42±3.23	70.77±3.33	70.48±3.24	72.91±2.99	0.00038±0.00009
	HDFSSC	73.06±3.27	71.03±3.35	72.11±3.45	71.24±3.39	73.06±3.27	0.00060±0.00035
	FPFSNHC	73.62±3.24	71.16±3.56	71.29±3.67	72.10±3.55	73.62±3.24	0.00473±0.00150
Heart	Fuzzy kNN	63.11±5.69	62.71±6.05	62.25±5.78	62.14±5.89	63.11±5.69	0.00118±0.00005
	FSSC	80.48±4.56	81.46±4.30	81.36±4.45	80.44±4.57	80.48±4.56	0.00035±0.00003
	FussCyier	82.54±4.20	82.88±4.23	81.93±4.37	82.11±4.36	82.54±4.20	0.00018±0.00001
	HDFSSC	79.48±4.69	79.61±4.78	79.16±4.77	79.13±4.79	79.48±4.69	0.00027±0.00002
	FPFSNHC	83.49±4.38	83.68±4.49	82.08±4.46	82.16±4.48	83.49±4.38	0.00203±0.00016
Zoo	Fuzzy kNN	97.87±1.32	92.09±5.49	85.17±8.86	93.07±5.46	92.71±4.57	0.00031±0.00003
	FSSC	98.03±1.12	91.27±6.46	87.08±8.20	92.68±5.03	93.27±3.85	0.00040±0.00003
	FussCyier	97.81±1.12	90.66±6.49	86.80±8.15	92.15±5.06	92.51±3.91	0.00016±0.00002
	HDFSSC	98.31±1.16	92.40±6.45	87.68±9.01	93.34±4.80	94.26±3.98	0.00027±0.00004
	FPFSNHC	98.33±1.21	92.84±6.69	88.51±9.73	93.34±5.37	94.29±4.18	0.00150±0.00021
Ortalama Performans Sonuçları	Fuzzy kNN	73.63±3.80	66.05±6.43	63.40±5.41	67.63±5.72	70.75±4.52	0.02748±0.00156
	FSSC	71.98±4.75	70.55±5.44	70.93±5.91	68.28±5.50	69.53±5.50	0.00191±0.00031
	FussCyier	76.31±5.94	71.37±5.61	71.30±5.71	70.33±6.42	73.89±6.71	0.00140±0.00016
	HDFSSC	75.53±5.97	70.43±5.60	70.80±5.90	69.72±6.40	73.07±6.68	0.00163±0.00025
	FPFSNHC	79.49±4.38	76.49±5.49	76.41±6.29	75.26±5.48	77.60±5.27	0.01351±0.00119

Performans sonuçları ve onların standart sapma değerleri yüzde olarak verilmiştir. En iyi performans kalın harflerle gösterilmiştir.

Tablo 7, göz önüne alınan tüm veri setleri için FPFSNHC'nin diğer sınıflandırıcılara göre performans avantaj skorlarını göstermektedir. Tablo 7'de, kesinlik, duyarlık ve mikro F-skor sonuçları önerilen yöntemin "Hayes-Roth" ve "Parkinson's Disease" veri setlerindeki performansının anlaşılmasında önemli bir rol oynamaktadır. Ayrıca, önerilen yöntemin "Hayes-Roth" ve "Parkinson's Disease" veri setlerinde ve bütün performans metriklerinde diğer yöntemler üzerindeki performans avantaj aralıkları, sırasıyla, %5.93 ila %24.39 ve %3.37 ila 36.05% şeklindedir.

Diğer taraftan, Tablo 7'deki ortalama skorlar, FPFSNHC'nin Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC üzerinde %5.86, %7.52, %3.18 ve %3.96 düzeyinde bir ortalama doğruluk avantajı, %10.45, %5.94, %5.12 ve %6.06 düzeyinde bir ortalama kesinlik avantajı, %13.01, %5.48, %5.11 ve %5.61 düzeyinde bir ortalama duyarlık avantajı, %7.63, %6.98, %4.93 ve %5.54 düzeyinde bir ortalama makro F-skor avantajı ve %6.85, %8.07, %3.71 ve %4.53 düzeyinde bir ortalama mikro F-skor avantajı sağladığını göstermektedir. FPFSNHC'nin performans avantajlarının göz önüne alınan tüm veri setleri için %3 ve %14 arasında olduğu gözlemlenmektedir.

Tablo 7
FPFSNHC'nin performans avantaj skorları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc	Pre	Rec	MacF	MicF
Breast Cancer	FPFSNHC-Fuzzy kNN	1.64	2.50	1.11	1.66	1.64
	FPFSNHC-FSSC	0.22	1.30	-0.75	0.07	0.22
	FPFSNHC-FussCyier	0.26	0.40	0.19	0.26	0.26
	FPFSNHC-HDFSSC	0.97	1.68	0.55	0.97	0.97
German Credit	FPFSNHC-Fuzzy kNN	3.39	13.47	16.65	11.24	3.39
	FPFSNHC-FSSC	2.08	4.01	4.77	2.31	2.08
	FPFSNHC-FussCyier	1.97	4.04	4.84	2.28	1.97
	FPFSNHC-HDFSSC	0.77	4.34	5.51	1.94	0.77
Hayes-Roth	FPFSNHC-Fuzzy kNN	13.57	17.80	24.39	19.06	20.35
	FPFSNHC-FSSC	7.41	11.27	7.69	10.64	11.11
	FPFSNHC-FussCyier	5.93	8.71	7.68	7.77	8.89
	FPFSNHC-HDFSSC	9.06	13.58	9.74	10.48	13.59
Immunotherapy	FPFSNHC-Fuzzy kNN	0.04	15.85	22.12	-6.08	0.04
	FPFSNHC-FSSC	7.93	4.46	5.89	6.42	7.93
	FPFSNHC-FussCyier	2.11	2.47	3.59	1.72	2.11
	FPFSNHC-HDFSSC	3.89	3.31	4.14	3.13	3.89
Parkinson's Disease	FPFSNHC-Fuzzy kNN	3.37	7.56	11.32	8.82	3.37
	FPFSNHC-FSSC	36.05	21.37	24.39	31.41	36.05
	FPFSNHC-FussCyier	13.00	21.63	22.20	24.54	13.00
	FPFSNHC-HDFSSC	12.40	20.96	22.00	23.90	12.40
Pima	FPFSNHC-Fuzzy kNN	4.03	4.67	5.33	6.03	4.03
	FPFSNHC-FSSC	3.13	1.35	-0.33	2.62	3.13
	FPFSNHC-FussCyier	0.72	0.74	0.52	1.62	0.72
	FPFSNHC-HDFSSC	0.57	0.13	-0.83	0.86	0.57
Statlog Heart	FPFSNHC-Fuzzy kNN	20.38	20.97	19.83	20.01	20.38
	FPFSNHC-FSSC	3.01	2.22	0.72	1.72	3.01
	FPFSNHC-FussCyier	0.95	0.80	0.15	0.05	0.95
	FPFSNHC-HDFSSC	4.01	4.07	2.92	3.03	4.01
Zoo	FPFSNHC-Fuzzy kNN	0.46	0.75	3.34	0.27	1.58
	FPFSNHC-FSSC	0.30	1.56	1.43	0.66	1.02
	FPFSNHC-FussCyier	0.52	2.18	1.71	1.19	1.78
	FPFSNHC-HDFSSC	0.02	0.43	0.83	0.00	0.03
Ortalama Avantaj Skorları	FPFSNHC-Fuzzy kNN	5.86	10.45	13.01	7.63	6.85
	FPFSNHC-FSSC	7.52	5.94	5.48	6.98	8.07
	FPFSNHC-FussCyier	3.18	5.12	5.11	4.93	3.71
	FPFSNHC-HDFSSC	3.96	6.06	5.61	5.54	4.53

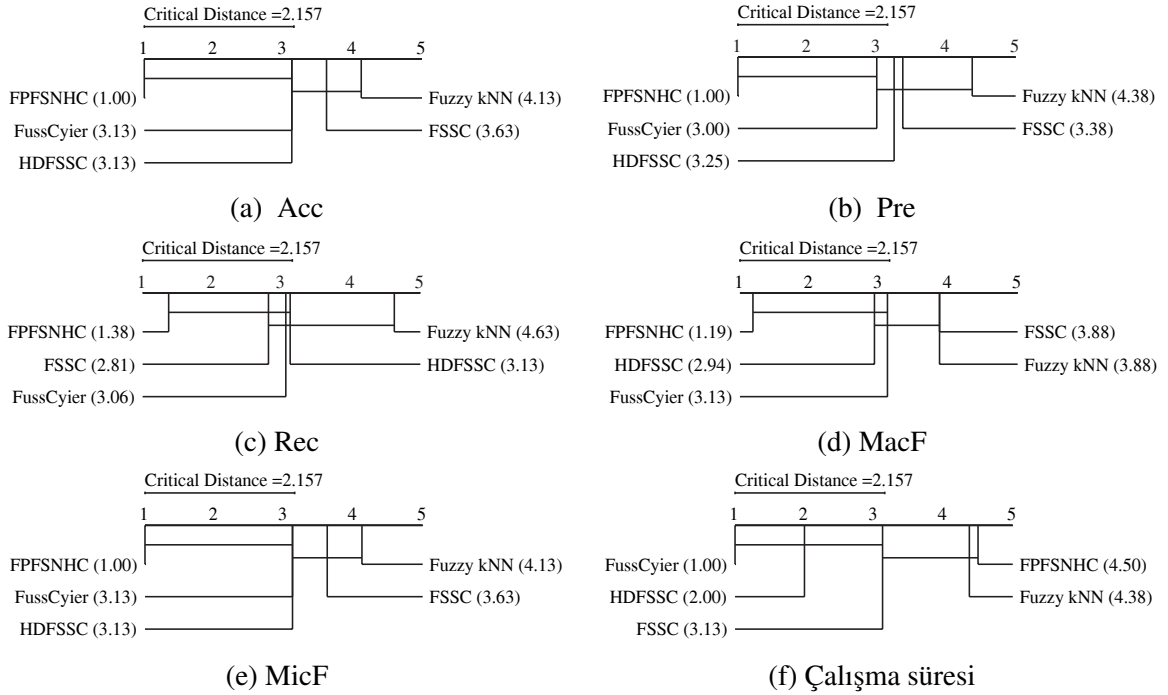
Skorlar yüzde olarak verilmiştir.

Tablo 6 ve 7'den anlaşılacağı üzere, FPFSNHC ortalama sonuçlara göre Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC'den daha etkili bir yöntemdir.

6.2.3. FPFSNHC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi

İlk olarak, bu bölümde, karşılaştırılan algoritma sayısı 5 ve veri setlerinin sayısı 8 olduğundan, simülasyonlarda ele alınan her algoritmanın ortalama sıralaması Friedman testi kullanılarak $k = 5$ ve $N = 8$ için hesaplanır. Doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skör, mikro F-skör ve çalışma süresi değerlerinin Friedman testi istatistikleri, sırasıyla, $\chi_F^2 = 18.20$, $\chi_F^2 = 19.50$, $\chi_F^2 = 17.18$, $\chi_F^2 = 15.57$, $\chi_F^2 = 18.20$ ve $\chi_F^2 = 29.30$ olarak hesaplanır. $k = 5$ ve $N = 8$ için $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde Friedman testi kritik değeri 9.30'dur (Tablo 3). Doğruluk ($18.20 > 9.30$), kesinlik ($19.50 > 9.30$), duyarlık ($17.18 > 9.30$), makro F-skör ($15.57 > 9.30$), mikro F-skör ($18.20 > 9.30$) ve çalışma süresi ($29.30 > 9.30$) değerlerinin Friedman testi istatistikleri kritik değerden büyük olduğundan karşılaştırılan algoritmaların performansları arasında anlamlı bir fark vardır. Bu nedenle, sıfır hipotezi reddedilir ve böylece Nemenyi post-hoc testi uygulanabilir.

$k = 5$, $N = 8$ ve $\alpha = 0.05$ için Nemenyi post-hoc testine göre kritik mesafe 2.157 elde edilir. Beş performans metriği ve çalışma süresi için Nemenyi post-hoc testi tarafından üretilen kritik diyagram Şekil 6’da verilmiştir.



Şekil 6. FPFSNHC’nin Nemenyi testi kritik diyagramları

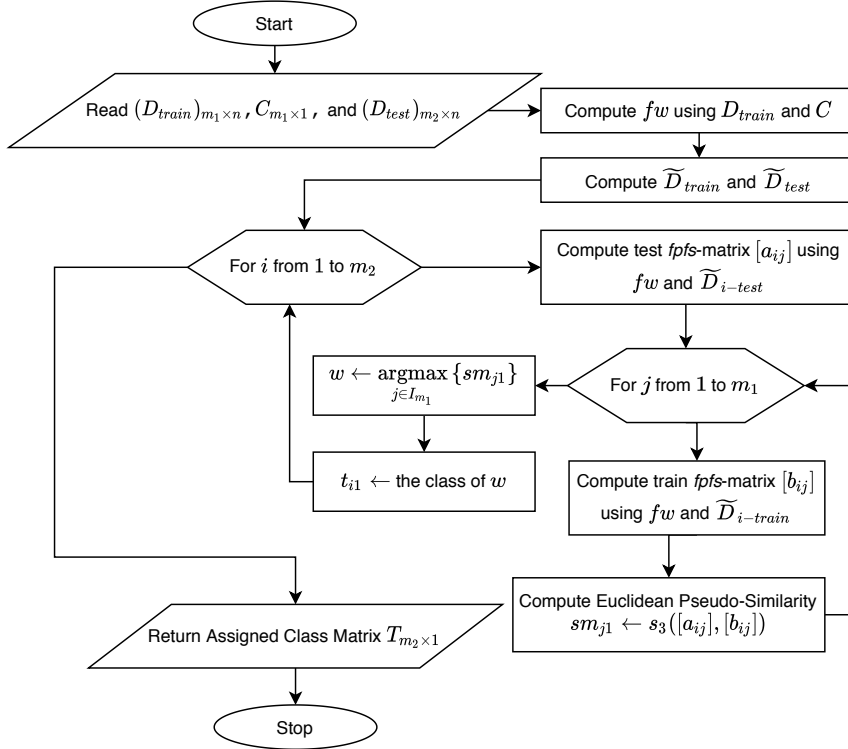
FPFSNHC, FussCyier ve HDFSSC’nin doğruluk, makro F-skor ve mikro F-skor ortalama sıralamaları arasındaki fark kritik mesafeden (2.157) daha az olduğundan bu yöntemlerin performansları arasında önemli ölçüde farklılık yoktur. Buna rağmen, FPFSNHC, FSSC ve Fuzzy kNN’nin doğruluk, makro F-skor ve mikro F-skor ortalama sıralamaları arasındaki fark kritik mesafeden fazladır ve bu nedenle FPFSNHC’nin performansı diğer yöntemlerin performanslarından önemli ölçüde farklıdır. FPFSNHC ve FussCyier kesinlik performansları arasında önemli ölçüde bir farklılık olmamasına rağmen FPFSNHC ve diğer yöntemlerin kesinlik performansları arasında önemli ölçüde bir farklılık vardır.

6.3. Euclidean Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı

6.3.1. FPFSEC Algoritması

Bu alt bölümde, Bölüm 4.2’de tanımlanan Euclidean pseudo-benzerliği kullanılarak Euclidean Pseudo-Benzerlik Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı (FPFSEC) adında yeni bir sınıflandırma algoritması önerildi. FPFSEC, parametrelerin sınıflandırma üzerindeki etkisine dayalı olarak özellik ağırlığını elde etmek için Pearson korelasyon katsayısını kullanır. Daha sonra, normalleştirilmiş eğitim ve test örneklerini

kullanarak eğitim *fdfs*-matrisini ve test *fdfs*-matrisini inşa eder. Daha sonra, FPFSEC, Euclidean pseudo-benzerliği en yüksek olan eğitim örneğinin sınıf etiketini test örneğine atar. Bu süreç, tüm test örnekleri için benzer şekilde ilerler. Son olarak, test verileri için tahmin edilen sınıf matrisi oluşturulur. FPFSEC'nin algoritma akış şeması (Şekil 7) ve algoritma adımları (Algoritma 5) aşağıdaki gibidir:



Şekil 7. FPFSEC algoritma akış şeması

Algoritma 5: FPFSEC algoritma adımları

Input: $(D_{train})_{m_1 \times n}$, $C_{m_1 \times 1}$, and $(D_{test})_{m_2 \times n}$

Output: $T_{m_2 \times 1}$

- 1: **procedure** FPFSEC(D_{train} , C , D_{test})
 - 2: Compute fw using D_{train} and C
 - 3: Compute feature fuzzification of D_{train} and D_{test} , namely $\tilde{D}_{train}$ and $\tilde{D}_{test}$
 - 4: **for** i from 1 to m_2 **do**
 - 5: Compute the train *fdfs*-matrix $[a_{ij}]$ using fw and $\tilde{D}_{i-test}$
 - 6: **for** j from 1 to m_1 **do**
 - 7: Compute the test *fdfs*-matrix $[b_{ij}]$ using fw and $\tilde{D}_{j-train}$
 - 8: $sm_{j1} \leftarrow s_3([a_{ij}], [b_{ij}])$
 - 9: **end for**
 - 10: $w \leftarrow \underset{j \in I_{m_1}}{\operatorname{argmax}} \{sm_{j1}\}$
 - 11: $t_{i1} \leftarrow \text{the class of } w$
 - 12: **end for**
 - 13: **return** $T_{m_2 \times 1}$
 - 14: **end procedure**
-

6.3.2. FPFSEC Simülasyon Sonuçları

Bu alt bölümde, FPFSEC algoritması bulanık küme veya esnek küme yoluyla geliştirilmiş Fuzzy kNN (Keller ve diğerleri, 1985), FSSC (Handaga ve diğerleri, 2012), FussCyier (Lashari ve diğerleri, 2017) ve HDFSSC (Yanto ve diğerleri, 2018) ile karşılaştırıldı. Daha sonra, 5-fold çapraz doğrulama ve 30 tekrar ile elde edilen performans sonuçları sunuldu.

Tablo 8, “Breast Cancer”, “Diabetic Retinopathy”, “Immunotherapy”, “Libras”, “Parkinsons”, “Sonar”, “Wine”, “German Credit”, “Hayes-Roth”, “Iris”, “Mice Protein”, “Parkinson’s Disease”, “Teaching”, “Vehicle” ve “Semeion” veri setleri için algoritmaların ortalama doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skör, mikro F-skör ve çalışma süresi sonuçlarını göstermektedir. FPFSEC, tüm performans metrikleri açısından yaklaşık %95 ile en iyi performansı sergilemektedir. Özellikle “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease” ve “Hayes-Roth” veri setlerinde FPFSEC diğerlerinden büyük ölçüde üstündür. FPFSEC’nin iyileştirilmesi durumunda, FPFSEC’nin bu üç veri setinde daha iyi performans sergileyebilmesi mümkündür. Genel performans sonuçlarının %90’ın üzerinde olmadığı diğer veri setlerinde de FPFSEC diğerlerinden daha iyi performans göstermektedir. Ayrıca, “Mice Protein” veri setinde, FPFSEC’nin performansı, HDFSSC’de olduğu gibi, tüm performans metrikleri açısından %100 ’dür.

FPFSEC, Pearson korelasyon katsayısına dayanan *fpfs*-matrislerin Euclidean pseudo-benzerliğini kullanması ve tüm eğitim örneklerini ayrı ayrı değerlendirmesiyle dikkate değer bir sınıflandırma başarısı elde etmektedir. Öte yandan, tüm eğitim örneklerini ayrı ayrı değerlendirmek, FPFSEC’nin çalışma süresinin artmasına neden olmaktadır. FPFSEC, genel olarak diğer sınıflandırıcılardan biraz daha yavaş çalışıyor olsa da göz önüne alınan bir veri setindeki tüm test örneklerini sınıflandırması yaklaşık 0.00962 ila 2.17023 saniye arasında sürmektedir.

Tüm veri setleri için FPFSEC’nin diğer sınıflandırıcılara göre performans avantajları ile ilgili skorları Tablo 9’da verilmektedir. Sonuçlar, FPFSEC’in doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skör ve mikro F-skör performansları açısından veri setlerinde en iyi skorları verdiğini göstermektedir. Tablo 8’deki gibi, Table 9’da da FPFSEC’nin “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease” ve “Hayes-Roth” veri setlerinde diğerlerinden çok daha iyi performans gösterdiği görülmektedir.

Örneğin, “Parkinson’s Disease” veri setinde, en yakın puana sahip sınıflandırıcıya göre performans avantajlarına ilişkin doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skör ve mikro F-skör değerleri, sırasıyla, %24.80, %32.94, %32.75, %32.86, %14.72 ve %24.80 şeklindedir. Benzer olarak, “Hayes-Roth” veri setindeki değerler %13.17, %19.54, %18.98,

Tablo 8

FPFSEC'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc±SD	Pre±SD	Rec±SD	MacF±SD	MicF±SD	Çalışma Süresi±SD
Breast Cancer	Fuzzy kNN	91.58±2.37	91.56±2.50	90.45±2.81	90.87±2.62	91.58±2.37	0.00605±0.00113
	FSSC	93.63±1.93	93.44±2.15	93.00±2.13	93.15±2.07	93.63±1.93	0.00126±0.00315
	FussCyier	93.60±1.83	94.38±1.85	92.07±2.27	92.98±2.05	93.60±1.83	0.00053±0.00080
	HDFSSC	92.90±1.91	93.10±2.09	91.75±2.24	92.29±2.10	92.90±1.91	0.00075±0.00108
	FPFSEC	95.34±1.51	95.18±1.67	94.92±1.70	95.01±1.62	95.34±1.51	0.18110±0.00619
Diabetic Retinopathy	Fuzzy kNN	62.04±2.63	61.99±2.63	61.97±2.62	61.91±2.63	62.04±2.63	0.01790±0.00053
	FSSC	57.43±3.01	57.66±3.04	57.63±3.03	57.40±3.01	57.43±3.01	0.00172±0.00006
	FussCyier	57.02±2.93	57.32±2.96	57.28±2.94	56.98±2.93	57.02±2.93	0.00067±0.00002
	HDFSSC	56.88±3.11	57.05±3.13	57.04±3.13	56.84±3.12	56.88±3.11	0.00110±0.00004
	FPFSEC	65.54±2.64	65.63±2.66	65.62±2.64	65.48±2.63	65.54±2.64	0.73343±0.03136
Immunotherapy	Fuzzy kNN	60.82±8.57	43.02±8.05	43.58±8.94	63.63±14.06	60.82±8.57	0.00022±0.00008
	FSSC	61.06±10.50	61.38±7.52	65.89±10.70	56.72±9.38	61.06±10.50	0.00021±0.00001
	FussCyier	67.02±10.16	62.89±9.48	67.48±12.24	61.38±10.30	67.02±10.16	0.00011±0.00001
	HDFSSC	65.20±10.29	61.96±8.94	66.79±12.27	60.05±10.21	65.20±10.29	0.00015±0.00001
	FPFSEC	75.91±9.57	65.49±15.46	67.56±13.34	67.02±12.42	75.91±9.57	0.00447±0.00029
Libras	Fuzzy kNN	97.11±0.43	63.58±6.26	76.97±4.93	78.79±4.76	76.97±5.00	0.00509±0.00031
	FSSC	93.23±0.66	54.91±5.58	49.21±4.84	52.35±4.52	49.19±4.92	0.00374±0.00012
	FussCyier	93.47±0.69	55.66±5.92	50.99±5.11	53.66±4.66	50.99±5.15	0.00080±0.00002
	HDFSSC	94.07±0.66	60.51±5.92	55.59±4.83	58.48±4.47	55.55±4.94	0.00199±0.00007
	FPFSEC	97.78±0.61	80.70±4.31	78.25±4.59	79.22±4.58	78.26±4.57	0.08197±0.00273
Parkinsons	Fuzzy kNN	84.23±4.94	79.50±6.87	79.32±7.44	78.76±6.73	84.23±4.94	0.00070±0.00011
	FSSC	73.83±5.81	72.58±4.24	79.82±5.45	71.47±5.62	73.83±5.81	0.00040±0.00003
	FussCyier	74.12±5.76	73.29±3.82	80.81±4.84	71.95±5.47	74.12±5.76	0.00019±0.00003
	HDFSSC	78.41±5.52	75.08±4.65	82.14±5.42	75.54±5.61	78.41±5.52	0.00026±0.00004
	FPFSEC	95.08±3.55	93.32±4.81	94.25±4.83	93.48±4.64	95.08±3.55	0.02123±0.00091
Sonar	Fuzzy kNN	82.24±5.80	82.81±5.67	81.91±5.99	81.93±6.04	82.24±5.80	0.00159±0.00012
	FSSC	75.08±7.11	75.79±7.24	74.56±7.23	74.50±7.40	75.08±7.11	0.00047±0.00005
	FussCyier	71.58±7.15	73.25±7.35	72.24±7.13	71.36±7.22	71.58±7.15	0.00024±0.00001
	HDFSSC	70.12±7.98	70.46±8.06	70.17±8.07	69.89±8.11	70.12±7.98	0.00033±0.00002
	FPFSEC	87.15±4.58	87.88±4.44	86.80±4.72	86.93±4.74	87.15±4.58	0.02591±0.00096
Wine	Fuzzy kNN	85.29±3.58	62.32±12.30	71.93±6.63	72.30±6.77	73.20±6.38	0.00049±0.00011
	FSSC	96.34±2.37	94.97±3.02	95.41±2.96	94.75±3.44	94.52±3.56	0.00044±0.00002
	FussCyier	96.38±2.47	94.92±3.41	95.30±3.26	94.80±3.58	94.57±3.70	0.00017±0.00001
	HDFSSC	95.46±2.61	93.65±3.70	93.93±3.56	93.48±3.79	93.19±3.91	0.00027±0.00001
	FPFSEC	97.55±2.00	96.50±2.71	96.93±2.51	96.47±2.92	96.32±3.01	0.01753±0.00091
German Credit	Fuzzy kNN	61.20±2.89	53.71±3.20	53.68±3.21	53.61±3.20	61.20±2.89	0.01384±0.00118
	FSSC	63.45±3.28	62.13±3.00	62.27±3.57	61.22±3.23	63.45±3.28	0.00156±0.00024
	FussCyier	63.58±3.29	62.13±3.02	64.24±3.59	61.28±3.25	63.58±3.29	0.00061±0.00009
	HDFSSC	64.94±3.56	62.01±3.37	63.82±3.90	61.84±3.60	64.94±3.56	0.00097±0.00015
	FPFSEC	69.18±2.94	63.23±3.46	64.98±3.36	63.02±3.37	69.18±2.94	0.55650±0.02603
Hayes-Roth	Fuzzy kNN	65.65±7.08	33.63±12.51	35.86±7.36	40.54±7.10	39.39±7.43	0.00032±0.00010
	FSSC	70.08±7.02	58.27±11.56	57.55±10.14	54.99±10.03	55.12±10.53	0.00035±0.00002
	FussCyier	72.65±8.10	62.66±12.65	59.15±11.84	59.24±11.63	58.98±12.15	0.00014±0.00001
	HDFSSC	69.35±6.11	57.43±9.17	56.71±9.25	56.03±8.93	54.02±9.17	0.00021±0.00001
	FPFSEC	85.82±5.01	82.19±7.25	78.13±7.76	78.98±7.67	78.74±7.52	0.00962±0.00062
Iris	Fuzzy kNN	95.09±1.94	69.70±11.04	89.53±4.50	91.97±3.95	89.53±4.50	0.00036±0.00011
	FSSC	96.80±2.39	95.55±3.39	95.20±3.59	95.18±3.62	95.20±3.59	0.00037±0.00002
	FussCyier	96.95±2.38	95.80±3.32	95.42±3.57	95.40±3.60	95.42±3.57	0.00015±0.00001
	HDFSSC	97.33±2.24	96.31±3.15	96.00±3.37	95.98±3.39	96.00±3.37	0.00022±0.00001
	FPFSEC	97.35±2.15	96.40±2.91	96.02±3.22	96.00±3.26	96.02±3.22	0.01200±0.00047
Mice Protein	Fuzzy kNN	99.12±0.16	56.74±4.12	93.19±1.39	96.22±0.85	93.78±1.27	0.02220±0.00226
	FSSC	98.67±0.42	94.98±1.58	94.88±1.63	94.81±1.65	94.67±1.67	0.00619±0.00172
	FussCyier	98.74±0.41	95.30±1.55	95.20±1.59	95.12±1.62	94.97±1.64	0.00143±0.00026
	HDFSSC	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	0.00329±0.00098
	FPFSEC	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	0.73020±0.03058
Parkinson's Disease	Fuzzy kNN	69.05±2.97	59.17±3.70	59.08±3.77	59.00±3.71	69.05±2.97	0.18199±0.00516
	FSSC	38.50±6.37	47.35±4.27	47.51±4.28	37.89±5.94	38.50±6.37	0.01119±0.00014
	FussCyier	61.54±16.49	45.99±5.32	48.54±1.97	44.51±13.16	61.54±16.49	0.00993±0.00013
	HDFSSC	61.83±16.52	46.52±6.21	48.63±2.17	44.67±13.09	61.83±16.52	0.01052±0.00013
	FPFSEC	93.84±1.81	92.11±2.66	91.83±2.74	91.86±2.39	93.84±1.81	0.74882±0.01312
Teaching	Fuzzy kNN	76.16±5.38	50.30±10.52	57.77±7.98	58.16±8.18	57.79±8.04	0.00040±0.00012
	FSSC	63.35±5.38	48.90±13.79	45.62±8.07	44.21±8.47	45.03±8.07	0.00038±0.00002
	FussCyier	63.40±5.37	49.00±12.92	45.68±8.05	43.65±8.08	45.11±8.06	0.00016±0.00001
	HDFSSC	69.55±5.07	55.74±8.25	54.53±7.60	53.67±7.76	54.33±7.60	0.00023±0.00002
	FPFSEC	76.76±5.45	65.44±8.59	64.10±8.18	63.77±8.36	64.23±8.17	0.01224±0.00042
Vehicle	Fuzzy kNN	84.35±1.16	42.25±2.37	59.73±3.18	61.05±3.04	59.27±3.20	0.00952±0.00060
	FSSC	69.67±1.63	39.82±4.58	40.10±3.28	36.49±3.70	39.35±3.25	0.00218±0.00020
	FussCyier	69.79±1.69	40.15±4.94	40.36±3.40	36.47±3.92	39.57±3.38	0.00060±0.00004
	HDFSSC	70.48±1.69	42.06±4.11	41.62±3.40	39.31±3.60	40.96±3.39	0.00120±0.00012
	FPFSEC	86.08±1.44	67.77±2.91	68.50±2.84	67.97±2.85	68.16±2.87	0.39590±0.02085
Semeion	Fuzzy kNN	96.52±2.27	91.96±12.87	88.05±4.49	89.78±4.32	96.52±4.49	0.30063±0.00010
	FSSC	44.03±2.45	57.50±3.52	68.86±3.67	40.52±3.67	44.03±3.67	0.01041±0.00003
	FussCyier	76.15±2.47	64.02±3.55	84.36±3.71	64.48±3.70	76.15±3.71	0.00786±0.00001
	HDFSSC	89.51±2.63	73.54±3.76	88.28±3.94	78.06±3.94	89.51±3.94	0.00858±0.00002
	FPFSEC	97.51±2.78	96.19±4.20	89.55±4.16	92.45±4.28	97.51±4.16	2.17023±0.00129
Ortalama Performans Sonuçları	Fuzzy kNN	80.70±3.48	62.82±6.97	69.54±5.02	71.90±5.20	73.17±4.70	0.03742±0.00080
	FSSC	73.01±4.02	67.68±5.23	68.50±4.97	64.38±5.05	65.34±5.15	0.00273±0.00039
	FussCyier	77.07±4.75	68.45±5.47	69.94±5.03	66.89±5.68	69.61±5.93	0.00157±0.00010
	HDFSSC	78.40±4.66	69.69±4.97	71.13±4.88	69.07±5.45	71.59±5.68	0.00200±0.00018
	FPFSEC	88.06±3.07	83.20±4.54	82.50±4.44	82.51±4.38	84.09±4.01	0.38008±0.00912

Performans sonuçları ve onların standart sapma değerleri yüzde olarak verilmiştir. En iyi performans kalın harflerle gösterilmiştir.

%19.73 ve %19.76 ve “Parkinsons” veri setindeki değerler %10.85, %13.82, %12.10, %14.73 ve %10.85 şeklindedir.

Tablo 9
FPFSEC'nin performans avantaj skorları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc	Pre	Rec	MacF	MicF
Breast Cancer	FPFSEC-Fuzzy kNN	3.76	3.63	4.47	4.14	3.76
	FPFSEC-FSSC	1.72	1.75	1.92	1.85	1.72
	FPFSEC-FussCyier	1.74	0.80	2.85	2.03	1.74
	FPFSEC-HDFSSC	2.44	2.09	3.17	2.72	2.44
Diabetic Retinopathy	FPFSEC-Fuzzy kNN	3.51	3.64	3.65	3.58	3.51
	FPFSEC-FSSC	8.11	7.98	7.99	8.09	8.11
	FPFSEC-FussCyier	8.32	8.31	8.34	8.50	8.52
	FPFSEC-HDFSSC	8.66	8.58	8.58	8.64	8.66
Immunotherapy	FPFSEC-Fuzzy kNN	15.09	22.46	23.98	3.39	15.09
	FPFSEC-FSSC	14.85	4.11	1.66	10.29	14.85
	FPFSEC-FussCyier	8.89	2.59	0.08	5.63	8.89
	FPFSEC-HDFSSC	10.71	3.52	0.77	6.97	10.71
Libras	FPFSEC-Fuzzy kNN	0.67	17.12	1.27	0.43	1.28
	FPFSEC-FSSC	4.56	25.79	29.03	26.87	29.07
	FPFSEC-FussCyier	4.32	25.05	27.26	25.56	27.27
	FPFSEC-HDFSSC	3.71	20.19	22.66	20.75	22.71
Parkinsons	FPFSEC-Fuzzy kNN	10.85	13.82	14.93	14.73	10.85
	FPFSEC-FSSC	21.24	20.73	14.43	22.01	21.24
	FPFSEC-FussCyier	20.96	20.02	13.43	21.53	20.96
	FPFSEC-HDFSSC	16.67	18.24	12.10	17.94	16.67
Sonar	FPFSEC-Fuzzy kNN	4.91	5.07	4.89	5.00	4.91
	FPFSEC-FSSC	12.07	12.09	12.23	12.43	12.07
	FPFSEC-FussCyier	15.57	14.63	14.55	15.57	15.57
	FPFSEC-HDFSSC	17.03	17.42	16.63	17.04	17.03
Wine	FPFSEC-Fuzzy kNN	12.26	34.18	24.99	24.16	23.12
	FPFSEC-FSSC	1.20	1.53	1.51	1.72	1.81
	FPFSEC-FussCyier	1.17	1.58	1.63	1.67	1.75
	FPFSEC-HDFSSC	2.09	2.85	2.99	2.99	3.13
German Credit	FPFSEC-Fuzzy kNN	7.97	9.52	11.30	9.41	7.97
	FPFSEC-FSSC	5.73	1.10	2.71	1.80	5.73
	FPFSEC-FussCyier	5.60	1.11	0.73	1.74	5.60
	FPFSEC-HDFSSC	4.24	1.22	1.16	1.19	4.24
Hayes-Roth	FPFSEC-Fuzzy kNN	20.17	48.56	42.27	38.44	39.34
	FPFSEC-FSSC	15.75	23.93	20.58	23.99	23.62
	FPFSEC-FussCyier	13.17	19.54	18.98	19.73	19.76
	FPFSEC-HDFSSC	16.48	24.76	21.42	22.95	24.71
Iris	FPFSEC-Fuzzy kNN	2.26	26.70	6.49	4.03	6.49
	FPFSEC-FSSC	0.55	0.85	0.82	0.82	0.82
	FPFSEC-FussCyier	0.40	0.59	0.60	0.60	0.60
	FPFSEC-HDFSSC	0.01	0.09	0.02	0.02	0.02
Mice Protein	FPFSEC-Fuzzy kNN	0.88	43.26	6.81	3.78	6.22
	FPFSEC-FSSC	1.33	5.02	5.12	5.19	5.33
	FPFSEC-FussCyier	1.26	4.70	4.80	4.88	5.03
	FPFSEC-HDFSSC	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Parkinson's Disease	FPFSEC-Fuzzy kNN	24.80	32.94	32.75	32.86	24.80
	FPFSEC-FSSC	55.34	44.76	44.32	53.97	55.34
	FPFSEC-FussCyier	32.30	46.12	43.29	47.34	32.30
	FPFSEC-HDFSSC	32.01	45.58	43.20	47.19	32.01
Teaching	FPFSEC-Fuzzy kNN	0.60	15.14	6.33	5.61	6.43
	FPFSEC-FSSC	13.41	16.54	18.48	19.56	19.20
	FPFSEC-FussCyier	13.36	16.45	18.42	20.12	19.12
	FPFSEC-HDFSSC	7.21	9.70	9.57	10.10	9.90
Vehicle	FPFSEC-Fuzzy kNN	1.73	25.53	8.76	6.92	8.89
	FPFSEC-FSSC	16.41	27.95	28.40	31.48	28.81
	FPFSEC-FussCyier	16.29	27.62	28.13	31.49	28.59
	FPFSEC-HDFSSC	15.60	25.71	26.87	28.66	27.20
Semeion	FPFSEC-Fuzzy kNN	0.99	4.23	1.50	2.67	0.99
	FPFSEC-FSSC	53.48	38.69	20.69	51.93	53.48
	FPFSEC-FussCyier	21.36	32.18	5.19	27.97	21.36
	FPFSEC-HDFSSC	8.00	22.66	1.28	14.39	8.00
Ortalama	FPFSEC-Fuzzy kNN	7.36	20.39	12.96	10.61	10.91
Avantaj	FPFSEC-FSSC	15.05	15.52	13.99	18.13	18.75
Skorları	FPFSEC-FussCyier	10.99	14.75	12.55	15.62	14.47
	FPFSEC-HDFSSC	9.66	13.51	11.36	13.44	12.50

Sonuçlar yüzde olarak verilmiştir.

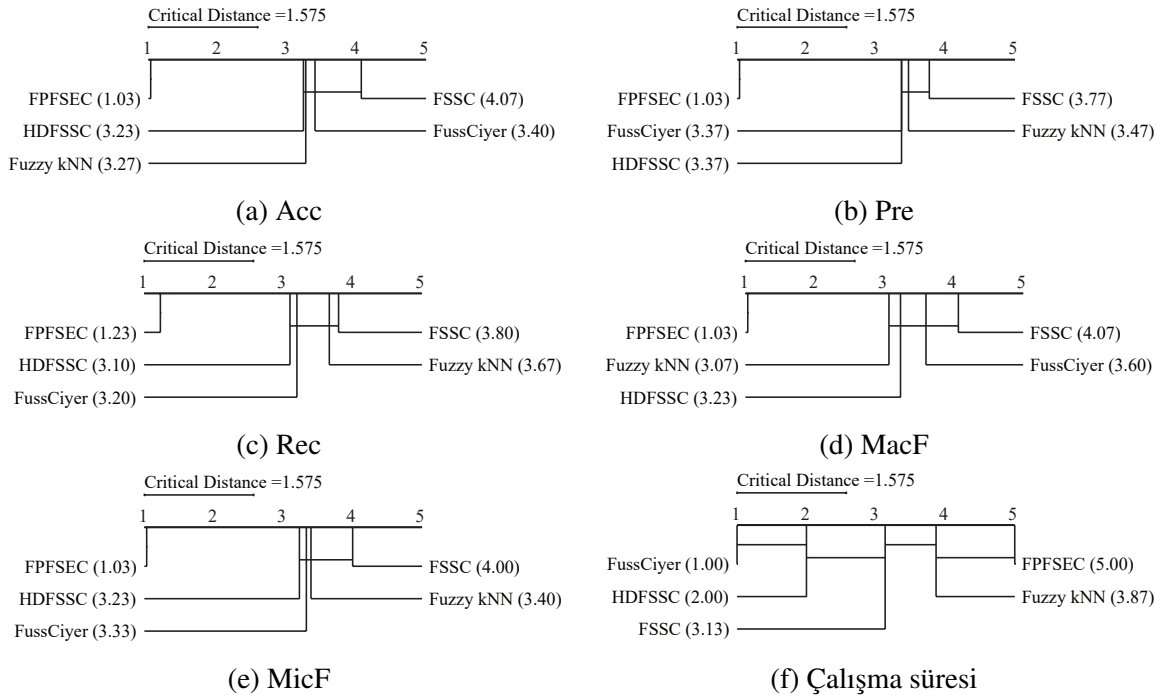
Tablo 8 ve 9'daki ortalama sonuçlardan da anlaşılacağı üzere, FPFSEC göz önüne alınan veri setlerinde Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC'den daha etkili bir yöntemdir.

6.3.3. FPFSEC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi

İlk olarak, bu bölümde, karşılaştırılan algoritma sayısı 5 ve veri setlerinin sayısı 15 olduğundan, simülasyonlarda ele alınan her algoritmanın ortalama sıralaması Friedman testi kullanılarak $k = 5$ ve $N = 15$ için hesaplanır. Doğruluk, kesinlik, duyarlılık, makro F-skor, mikro F-skor ve çalışma süresi değerlerinin Friedman testi istatistikleri, sırasıyla,

$\chi_F^2 = 31.85$, $\chi_F^2 = 29.85$, $\chi_F^2 = 25.62$, $\chi_F^2 = 32.66$, $\chi_F^2 = 31.26$ ve $\chi_F^2 = 58.61$ olarak hesaplanır. $k = 5$ ve $N = 15$ için $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde Friedman testi kritik değeri 9.49'dur (Tablo 3). Doğruluk ($31.85 > 9.49$), kesinlik ($29.85 > 9.49$), duyarlık ($25.62 > 9.49$), makro F-skor ($32.66 > 9.49$), mikro F-skor ($31.26 > 9.49$) ve çalışma süresi ($58.61 > 9.49$) değerlerinin Friedman testi istatistikleri kritik değerden büyük olduğundan karşılaştırılan algoritmaların performansları arasında anlamlı bir fark vardır. Bu nedenle, sıfır hipotezi reddedilir ve böylece Nemenyi post-hoc testi uygulanabilir.

$k = 5$, $N = 15$ ve $\alpha = 0.05$ için Nemenyi post-hoc testine göre kritik mesafe 1.575 elde edilir. FPFSEC ve Fuzzy kNN'nin çalışma süreleri önemli ölçüde farklı değil iken FPFSEC'nin doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor ve mikro F-skor performansları Fuzzy kNN, FSSC, FussCiyer ve HDFSSC'den önemli ölçüde farklılık göstermektedir. Beş performans metriği ve çalışma süresi için Nemenyi post-hoc testi tarafından üretilen kritik diyagram Şekil 8'de verilmiştir.



Şekil 8. FPFSEC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları

Şekil 8, FPFSEC algoritmasının ve diğerlerinin çalışma süreleri dışındaki ortalama sıralamaları arasındaki farkların kritik mesafeden (1.575) daha fazla olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, FPFSEC beş performans metriği açısından diğerlerinden önemli ölçüde üstündür.

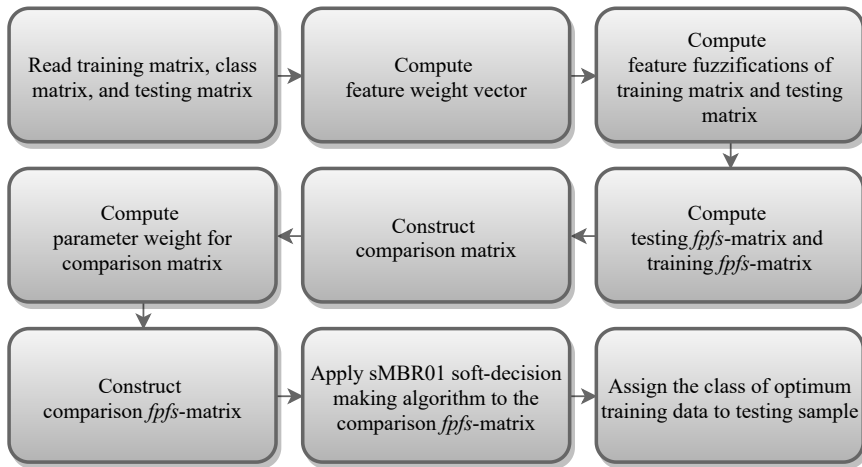
BÖLÜM 7

BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK KARAR VERME METOTLARININ MAKİNE ÖĞRENİMİNE UYGULANMASI

7.1. Karşılaştırma Matrisi Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı

7.1.1. FPFSCMC Algoritması

Bu alt bölümde, Bölüm 3.2’de verilen sMBR01 (Enginoğlu ve Memiş, 2018a) esnek karar verme algoritmasını ve Bölüm 4.2’de tanımlanan Hamming pseudo-benzerlik, Chebyshev pseudo-benzerlik, Euclidean pseudo-benzerlik, Hamming-Hausdorff pseudo-benzerlik ve Minkowski pseudo-benzerlik fonksiyonları kullanılarak Karşılaştırma Matrisi Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı (FPFSCMC) adında yeni bir sınıflandırma algoritması önerildi. FPFSCMC, parametrelerin sınıflandırma üzerindeki etkisine dayalı olarak özellik ağırlığını elde etmek için Pearson korelasyon katsayısını kullanır. Ardından, normalize edilmiş eğitim ve test örneklerini kullanarak eğitim *fpfs*-matrisini ve test *fpfs*-matrisini inşa eder. Daha sonra, eğitim *fpfs*-matrisi ile test *fpfs*-matrisi arasındaki pseudo-benzerlikleri kullanarak karşılaştırma matrisi oluşturur. Sonrasında, parametre ağırlıklarını elde etmek için karşılaştırma matrisinin her sütununun standart sapmasını hesaplar ve parametre ağırlıklarını elde eder. Parametre ağırlıklarını ve karşılaştırma matrisini kullanarak karşılaştırma *fpfs*-matrisini oluşturur. Daha sonra, sMBR01 esnek karar verme metodu, karşılaştırma *fpfs*-matrisine uygulanır ve böylece optimum eğitim örneği elde edilir. Son olarak, optimum eğitim örneğinin sınıf etiketi test örneğine atanır. Tüm test örnekleri için aynı adımlar tekrar edilir. FPFSCMC’nin algoritma akış şeması (Şekil 9) ve algoritma adımları (Algoritma 6) aşağıdaki gibidir:



Şekil 9. FPFSCMC algoritma akış şeması

Algoritma 6: FPFSCMC algoritma adımları

Input: $(D_{train})_{m_1 \times n}$, $C_{m_1 \times 1}$, and $(D_{test})_{m_2 \times n}$
Output: $T_{m_2 \times 1}$

- 1: **procedure** FPFSCMC(D_{train} , C , D_{test})
- 2: Compute fw using D_{train} and C
- 3: Compute feature fuzzification of D_{train} and D_{test} , namely $\tilde{D}_{train}$ and $\tilde{D}_{test}$
- 4: **for** i from 1 to m_2 **do**
- 5: Compute the training $fpfs$ -matrix $[a_{ij}]$ using fw and $\tilde{D}_{i-test}$
- 6: **for** j from 1 to m_1 **do**
- 7: Compute the testing $fpfs$ -matrix $[b_{ij}]$ using fw and $\tilde{D}_{j-train}$
- 8: $f_{j1} \leftarrow s_1([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 9: $f_{j2} \leftarrow s_2([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 10: $f_{j3} \leftarrow s_3([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 11: $f_{j4} \leftarrow s_5([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 12: $f_{j5} \leftarrow s_6^3([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 13: **end for**
- 14: **for** j from 1 to 5 **do**
- 15: $sd_j \leftarrow \text{std}(F^j)$
- 16: **end for**
- 17: $pw \leftarrow 1 - \frac{\hat{sd}}{4}$
- 18: Compute comparison $fpfs$ -matrix $[g_{ij}]$ using pw and F
- 19: $[[sc_{k1}], [op_{k1}]] \leftarrow \text{sMBR01}([g_{ij}])$
- 20: $t_{i1} \leftarrow C(op_{11}, 1)$
- 21: **end for**
- 22: **return** $T_{m_2 \times 1}$
- 23: **end procedure**

7.1.2. FPFSCMC Simülasyon Sonuçları

Bu alt bölümde, FPFSCMC algoritması bulanık küme veya esnek küme yoluyla geliştirilmiş Fuzzy kNN (Keller ve diğerleri, 1985), FSSC (Handaga ve diğerleri, 2012), FussCyier (Lashari ve diğerleri, 2017) ve HDFSSC (Yanto ve diğerleri, 2018) ile karşılaştırıldı. Daha sonra, 5-fold çapraz doğrulama ve 30 tekrar ile elde edilen performans sonuçları sunuldu.

Tablo 10, “Breast Cancer”, “Hayes-Roth”, “Immunotherapy”, “Libras”, “Parkinsons”, “Sonar”, “Teaching”, “Wine”, “Diabetic Retinopathy”, “German Credit”, “Mice Protein”, “Parkinson’s Disease”, “Ionosphere”, “Image Segmentation” ve “Vowel” veri setleri için algoritmaların ortalama doğruluk, kesinlik, duyarlılık, makro F-skör, mikro F-skör ve çalışma süresi sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 10’da, FPFSCMC’nin verileri “Mice Protein” veri setini mükemmel şekilde sınıflandırdığı görülmektedir. Üstelik FPFSCMC tüm performans ölçütlerine göre “Wine”, “Image Segmentation” ve “Vowel” veri setlerinde %95’in üzerinde bir performans değeri elde ederken, diğer yöntemler bunu başaramamaktadır. Ayrıca “Breast Cancer” ve “Parkinsons” veri setlerinde önerilen yöntemin performans değerlerinin %90 ile %95 arasında değiştiği ve diğerlerine göre daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Benzer şekilde,

FPFSCMC, “Sonar” ve “Parkinson’s Disease” veri setlerinde %85’in üzerinde bir başarı sergilemektedir.

Tablo 10
FPFSCMC’nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc±SD	Pre±SD	Rec±SD	MacF±SD	MicF±SD	Çalışma Süresi±SD
Breast Cancer	Fuzzy kNN	91.52±2.16	91.46±2.30	90.39±2.55	90.81±2.38	91.52±2.16	0.005800±0.000334
	FSSC	93.73±1.96	93.52±2.14	93.12±2.17	93.26±2.11	93.73±1.96	0.000820±0.000077
	FussCyier	93.56±1.95	94.34±1.86	92.01±2.44	92.93±2.20	93.56±1.95	0.000409±0.000034
	HDFSSC	92.93±2.11	93.08±2.26	91.79±2.42	92.33±2.31	92.93±2.11	0.000580±0.000060
	FPFSCMC	95.04±1.70	94.79±1.83	94.70±1.92	94.70±1.82	95.04±1.70	2.256662±0.054088
Hayes-Roth	Fuzzy kNN	66.14±7.02	35.24±12.41	36.41±7.89	41.15±8.48	40.16±8.37	0.000287±0.000039
	FSSC	69.97±6.89	58.20±11.53	57.50±9.99	54.77±10.21	54.95±10.33	0.000291±0.000016
	FussCyier	72.41±6.76	62.00±10.68	58.88±10.00	58.88±9.94	58.61±10.14	0.000139±0.000005
	HDFSSC	69.69±5.45	57.82±8.73	57.41±8.55	56.65±8.15	54.54±8.18	0.000194±0.000014
	FPFSCMC	85.23±4.72	81.70±6.21	77.11±7.35	77.93±7.16	77.85±7.07	0.054149±0.001400
Immunotherapy	Fuzzy kNN	61.56±9.41	43.91±9.81	43.54±9.56	64.36±13.06	61.56±9.41	0.000197±0.000012
	FSSC	60.70±10.49	60.95±8.58	65.17±11.86	56.41±9.57	60.70±10.49	0.000197±0.000012
	FussCyier	66.72±10.50	63.40±8.82	66.08±11.74	61.22±9.84	66.72±10.50	0.000110±0.000003
	HDFSSC	65.41±10.33	62.51±8.73	67.34±12.31	60.07±9.96	65.41±10.33	0.000136±0.000006
	FPFSCMC	77.05±9.22	67.84±15.10	67.91±12.44	68.09±11.06	77.05±9.22	0.027132±0.001266
Libras	Fuzzy kNN	97.03±0.36	64.17±6.26	77.38±4.52	77.70±4.15	77.39±4.45	0.005179±0.000259
	FSSC	93.18±0.66	54.73±5.01	48.88±4.92	52.31±4.59	48.84±4.95	0.003076±0.000477
	FussCyier	93.40±0.63	55.29±5.03	50.55±5.75	53.28±4.63	50.49±4.76	0.000793±0.000030
	HDFSSC	93.99±0.60	59.68±4.94	54.97±4.59	57.66±4.40	54.94±4.53	0.001831±0.000039
	FPFSCMC	97.81±0.64	80.55±4.53	77.74±4.80	80.14±4.89	77.75±4.80	1.660266±0.052707
Parkinsons	Fuzzy kNN	83.97±4.76	78.85±6.42	78.93±7.43	78.35±6.80	83.97±4.76	0.000677±0.000039
	FSSC	74.09±6.17	72.95±4.45	80.25±5.69	71.79±5.95	74.09±6.17	0.000353±0.000017
	FussCyier	74.10±6.24	73.27±4.34	80.77±5.54	71.95±5.99	74.10±6.24	0.000183±0.000009
	HDFSSC	78.53±5.78	75.17±4.78	82.19±5.47	75.69±5.81	78.53±5.78	0.000241±0.000016
	FPFSCMC	94.76±3.58	92.95±5.07	93.83±4.70	93.10±4.60	94.76±3.58	0.186170±0.004926
Sonar	Fuzzy kNN	82.23±5.35	82.80±5.31	81.90±5.50	81.95±5.52	82.23±5.35	0.001513±0.000049
	FSSC	75.06±6.82	75.81±7.11	74.57±6.89	74.52±6.99	75.06±6.82	0.000421±0.000014
	FussCyier	71.78±6.40	73.52±6.41	72.48±6.27	71.53±6.61	71.78±6.40	0.000243±0.000006
	HDFSSC	70.12±7.69	70.54±7.75	70.17±7.67	69.88±7.77	70.12±7.69	0.000309±0.000013
	FPFSCMC	86.29±5.22	86.94±5.11	85.96±5.37	86.06±5.36	86.29±5.22	0.384577±0.008402
Teaching	Fuzzy kNN	75.04±5.16	48.79±11.33	56.11±8.10	56.65±8.23	56.09±8.09	0.000361±0.000027
	FSSC	63.76±4.49	49.95±12.67	46.23±6.66	45.03±7.43	45.64±6.73	0.000319±0.000030
	FussCyier	63.67±4.80	48.99±12.13	46.08±7.16	44.80±7.91	45.51±7.20	0.000148±0.000014
	HDFSSC	69.51±4.88	55.38±7.76	54.49±7.29	53.52±7.49	54.27±7.32	0.000211±0.000023
	FPFSCMC	76.27±5.51	63.43±8.68	62.50±8.27	61.97±8.41	62.56±8.27	0.071072±0.001390
Wine	Fuzzy kNN	85.27±3.76	63.50±12.07	72.39±6.48	72.91±6.33	73.53±6.19	0.000467±0.000030
	FSSC	96.41±2.12	94.94±2.92	95.51±2.64	94.82±3.11	94.62±3.18	0.000378±0.000042
	FussCyier	96.46±2.04	94.96±2.95	95.43±2.64	94.90±2.98	94.70±3.06	0.000169±0.000016
	HDFSSC	95.48±2.68	93.68±3.77	93.97±3.58	93.50±3.85	93.22±4.01	0.000249±0.000031
	FPFSCMC	97.24±1.88	96.06±2.60	96.54±2.35	96.02±2.73	95.85±2.81	0.125600±0.002812
Diabetic Retinopathy	Fuzzy kNN	61.94±2.79	61.89±2.79	61.87±2.80	61.80±2.81	61.94±2.79	0.017631±0.000903
	FSSC	57.49±3.20	57.70±3.23	57.68±3.22	57.45±3.21	57.49±3.20	0.001393±0.000108
	FussCyier	57.06±3.15	57.36±3.18	57.31±3.16	57.02±3.16	57.06±3.15	0.000633±0.000047
	HDFSSC	56.81±3.17	56.98±3.20	56.96±3.19	56.75±3.18	56.81±3.17	0.000993±0.000102
	FPFSCMC	65.97±2.85	66.06±2.89	66.06±2.89	65.91±2.86	65.97±2.85	10.287188±0.192295
German Credit	Fuzzy kNN	60.86±3.08	53.46±3.32	53.42±3.30	53.38±3.30	60.86±3.08	0.013568±0.000804
	FSSC	63.41±3.22	62.06±2.91	63.03±3.43	61.18±3.15	63.41±3.22	0.001245±0.000138
	FussCyier	63.52±3.17	62.04±2.90	64.15±3.41	61.22±3.11	63.52±3.17	0.000564±0.000051
	HDFSSC	64.65±3.23	61.71±2.97	63.46±3.43	61.51±3.22	64.65±3.23	0.000867±0.000081
	FPFSCMC	68.95±2.75	63.08±3.23	64.18±3.33	62.98±3.27	68.95±2.75	7.315657±0.234367
Mice	Fuzzy kNN	99.12±0.17	56.60±4.46	93.12±1.52	96.18±0.92	93.70±1.39	0.020856±0.000805
	FSSC	98.66±0.40	94.98±1.51	94.86±1.55	94.80±1.58	94.65±1.61	0.004779±0.000332
	FussCyier	98.73±0.41	95.28±1.52	95.15±1.57	95.09±1.61	94.93±1.64	0.001347±0.000044
	HDFSSC	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	0.002818±0.000182
	FPFSCMC	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	15.352256±0.206622
Parkinson's Disease	Fuzzy kNN	69.14±2.92	59.43±3.44	59.42±3.55	59.31±3.49	69.14±2.92	0.176120±0.002818
	FSSC	38.72±6.36	47.40±4.36	47.48±4.55	38.02±6.02	38.72±6.36	0.010832±0.000133
	FussCyier	61.25±16.71	45.93±5.95	48.58±2.18	46.03±15.15	61.25±16.71	0.009867±0.000055
	HDFSSC	61.36±16.70	46.75±7.54	48.69±2.37	46.61±15.40	61.36±16.70	0.010419±0.000121
	FPFSCMC	91.26±2.37	88.85±3.22	88.10±3.56	88.35±3.19	91.26±2.37	35.364669±0.400893
Ionosphere	Fuzzy kNN	84.77±3.46	88.87±3.14	79.35±4.66	81.41±4.73	84.77±3.46	0.003446±0.003392
	FSSC	64.10±0.36	64.10±0.36	50.00±0.00	78.13±0.27	64.10±0.36	0.000724±0.002657
	FussCyier	64.10±0.36	64.10±0.36	50.00±0.00	78.13±0.27	64.10±0.36	0.000383±0.000970
	HDFSSC	64.10±0.36	64.10±0.36	50.00±0.00	78.13±0.27	64.10±0.36	0.000550±0.001254
	FPFSCMC	88.74±3.38	91.06±2.73	85.09±4.69	86.81±4.34	88.74±3.38	0.817513±0.894400
Image Segmentation	Fuzzy kNN	98.33±1.17	94.37±2.43	94.16±3.24	94.16±3.05	94.16±3.25	0.050894±0.003392
	FSSC	93.78±1.63	78.90±4.40	78.23±3.26	76.81±3.70	78.23±3.26	0.007059±0.002657
	FussCyier	94.59±1.65	81.25±4.68	81.06±3.30	80.95±3.79	81.06±3.30	0.001676±0.000970
	HDFSSC	92.48±1.72	73.62±4.31	73.68±3.46	73.12±3.60	73.68±3.43	0.004052±0.001254
	FPFSCMC	99.30±1.51	97.59±3.10	97.55±2.98	97.55±2.99	97.55±3.02	60.384166±0.894400
Vowel	Fuzzy kNN	99.28±0.16	63.83±5.12	93.80±1.59	96.06±1.16	93.80±1.59	0.010154±0.000530
	FSSC	89.40±0.61	44.55±4.32	41.68±3.37	40.28±3.53	41.68±3.37	0.004490±0.000378
	FussCyier	90.44±0.62	48.02±3.69	47.42±3.39	45.86±3.41	47.42±3.39	0.000844±0.000048
	HDFSSC	90.42±0.59	47.57±3.59	47.28±3.24	45.84±3.32	47.28±3.24	0.002491±0.000271
	FPFSCMC	99.65±0.17	98.17±0.90	98.05±0.96	98.05±0.96	98.05±0.96	6.490604±0.084328
Ortalama Performans Sonuçları	Fuzzy kNN	81.08±3.39	65.81±6.14	71.48±4.70	73.75±4.83	74.99±4.40	0.022872±0.019702
	FSSC	75.50±3.84	67.38±5.17	66.28±4.89	65.97±4.94	65.73±4.99	0.002781±0.002616
	FussCyier	77.45±4.57	67.98±5.13	67.06±4.75	67.59±5.63	68.32±5.75	0.001237±0.001229
	HDFSSC	77.70±4.55	67.91±4.86	67.49±4.71	68.08±5.49	68.79±5.58	0.001851±0.001711
	FPFSCMC	88.24±2.91	84.60±4.29	83.69±4.18	83.84±4.07	85.18±3.73	19.847908±15.887050

Performans sonuçları ve onların standart sapma değerleri yüzde olarak verilmiştir. En iyi performans kalın harflerle gösterilmiştir.

Ayrıca, %90'ın üzerindeki performans sonuçları, yöntemlerin performanslarının karşılaştırılmasında önemlidir. Önerilen yöntemin “Breast Cancer”, “Libras”, “Parkinsons”, “Wine”, “Mice Protein”, “Parkinson’s Disease”, “Image Segmentation” ve “Vowel” veri setlerindeki doğruluk sonuçları %90'ın üzerindedir. Bu aynı zamanda FPFSCMC'nin “Breast Cancer” (mikro F-skor hariç), “Parkinsons”, “Wine”, “Mice Protein”, “Parkinson’s Disease”, “Image Segmentation” ve “Vowel” veri setlerindeki diğer performans metriklerindeki sonuçları için de geçerlidir.

Diğer taraftan, Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC %81.02'nin altında performans sergilemesine rağmen, FPFSCMC %88.07 ortalama doğruluk oranı, %83.00 kesinlik oranı, %82.53 duyarlılık oranı, %82.54 makro F-skor ve %83.75 mikro F-skor üretmektedir. Elde edilen sonuçlar, FPFSCMC'nin mevcut performans ölçütleri için göz önüne alınan tüm veri setlerinde diğer yöntemlerden önemli ölçüde daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Tablo 11, göz önüne alınan tüm veri setleri için FPFSCMC'nin diğer sınıflandırıcılara göre performans avantaj skorlarını göstermektedir. Tablo 11'e göre, FPFSCMC tüm performans ölçümleri için göz önüne alınan tüm veri setlerinde en yüksek skorları üretmektedir.

Tablo 11'de, doğruluk sonuçları önerilen yöntemin “Hayes-Roth”, “Immunotherapy”, “Parkinsons” ve “Parkinson’s Disease” veri setlerindeki performansının anlaşılmasında önemli bir rol oynamaktadır. Ayrıca, “Hayes-Roth”, “Libras”, “Parkinsons”, “Teaching”, “Parkinson’s Disease”, “Ionosphere”, “Image Segmantation” ve “Vowel” veri setlerinde, doğruluk sonuçları FPFSCMC'nin en etkili yöntem olduğunu gösteren ayırt edici faktörlerdir. Benzer şekilde, duyarlılık, makro F-skor ve mikro F-skor sonuçları, önerilen yöntemin “Hayes-Roth”, “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease” ve “Image Segmantation” veri setlerindeki başarısını ön plana çıkaran diğer karakteristik faktörlerdir.

Dahası, önerilen yöntemin “Parkinsons”, “Hayes-Roth” ve “Parkinson’s Disease” veri setlerinde ve bütün performans metriklerinde diğer yöntemler üzerindeki performans avantaj aralıkları, sırasıyla, %10.79 ila %21.30, %12.83 ila 46.45% ve %22.12 ila %52.54 şeklindedir. “Parkinsons” veri setinde FPFSCMC'ye en yakın puana sahip sınıflandırıcıya göre performans avantajlarına ilişkin doğruluk, kesinlik, duyarlılık, makro F-skor ve mikro F-skor performans avantajları, sırasıyla, %10.79, %14.10, %11.64, %14.74 ve %10.79 şeklindedir. Benzer şekilde, “Hayes-Roth” veri setindeki avantajlar %12.83, %19.70, %18.23, %19.05 ve %19.24 ve “Parkinson’s Disease” veri setindeki avantajlar da %22.12, %29.42, %28.68, %29.04 ve %22.12 şeklindedir. FPFSCMC'nin diğer sınıflandırıcılara göre %52'ye varan bir performans avantajı sunduğu görülmektedir.

Tablo 11
FPFSCMC'nin performans avantaj skorları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc	Pre	Rec	MacF	MicF
Breast Cancer	FPFSCMC-Fuzzy kNN	3.53	3.32	4.31	3.89	3.53
	FPFSCMC-FSSC	1.32	1.26	1.59	1.43	1.32
	FPFSCMC-FussCyier	1.48	0.45	2.69	1.77	1.48
	FPFSCMC-HDFSSC	2.11	1.70	2.91	2.37	2.11
Hayes-Roth	FPFSCMC-Fuzzy kNN	19.10	46.45	40.70	36.78	37.69
	FPFSCMC-FSSC	15.27	23.50	19.60	23.16	22.90
	FPFSCMC-FussCyier	12.83	19.70	18.23	19.05	19.24
	FPFSCMC-HDFSSC	15.54	23.88	19.70	21.28	23.31
Immunotherapy	FPFSCMC-Fuzzy kNN	15.49	23.93	24.37	3.74	15.49
	FPFSCMC-FSSC	16.34	6.89	2.73	11.68	16.34
	FPFSCMC-FussCyier	10.33	4.44	1.83	6.87	10.33
	FPFSCMC-HDFSSC	11.64	5.34	0.57	8.02	11.64
Libras	FPFSCMC-Fuzzy kNN	0.78	16.38	0.36	2.44	0.36
	FPFSCMC-FSSC	4.63	25.82	28.86	27.84	28.90
	FPFSCMC-FussCyier	4.41	25.26	27.19	26.87	27.26
	FPFSCMC-HDFSSC	3.82	20.86	22.77	22.48	22.81
Parkinsons	FPFSCMC-Fuzzy kNN	10.79	14.10	14.90	14.74	10.79
	FPFSCMC-FSSC	20.67	20.00	13.58	21.30	20.67
	FPFSCMC-FussCyier	20.65	19.68	13.07	21.14	20.65
	FPFSCMC-HDFSSC	16.22	17.77	11.64	17.41	16.22
Sonar	FPFSCMC-Fuzzy kNN	4.05	4.14	4.06	4.11	4.05
	FPFSCMC-FSSC	11.23	11.12	11.38	11.54	11.23
	FPFSCMC-FussCyier	14.51	13.41	13.48	14.53	14.51
	FPFSCMC-HDFSSC	16.16	16.40	15.79	16.18	16.16
Teaching	FPFSCMC-Fuzzy kNN	1.23	14.64	6.38	5.33	6.48
	FPFSCMC-FSSC	12.51	13.48	16.27	16.94	16.92
	FPFSCMC-FussCyier	12.60	14.44	16.42	17.18	17.06
	FPFSCMC-HDFSSC	6.76	8.05	8.01	8.45	8.30
Wine	FPFSCMC-Fuzzy kNN	11.97	32.56	24.14	23.11	22.33
	FPFSCMC-FSSC	0.82	1.11	1.03	1.20	1.24
	FPFSCMC-FussCyier	0.77	1.10	1.11	1.12	1.16
	FPFSCMC-HDFSSC	1.75	2.38	2.57	2.52	2.63
Diabetic Retinopathy	FPFSCMC-Fuzzy kNN	4.03	4.17	4.19	4.11	4.03
	FPFSCMC-FSSC	8.48	8.36	8.38	8.46	8.48
	FPFSCMC-FussCyier	8.92	8.71	8.74	8.90	8.92
	FPFSCMC-HDFSSC	9.17	9.08	9.10	9.16	9.17
German Credit	FPFSCMC-Fuzzy kNN	8.09	9.62	10.76	9.60	8.09
	FPFSCMC-FSSC	5.54	1.02	1.15	1.80	5.54
	FPFSCMC-FussCyier	5.43	1.04	0.04	1.75	5.43
	FPFSCMC-HDFSSC	4.30	1.37	0.72	1.47	4.30
Mice Protein	FPFSCMC-Fuzzy kNN	0.88	43.40	6.88	3.82	6.30
	FPFSCMC-FSSC	1.34	5.02	5.14	5.20	5.35
	FPFSCMC-FussCyier	1.27	4.72	4.85	4.91	5.07
	FPFSCMC-HDFSSC	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Parkinson's Disease	FPFSCMC-Fuzzy kNN	22.12	29.42	28.68	29.04	22.12
	FPFSCMC-FSSC	52.54	41.45	40.62	50.33	52.54
	FPFSCMC-FussCyier	30.01	42.92	39.52	42.32	30.01
	FPFSCMC-HDFSSC	29.89	42.09	39.41	41.74	29.89
Ionosphere	FPFSCMC-Fuzzy kNN	3.97	2.18	5.73	5.40	3.97
	FPFSCMC-FSSC	24.63	26.95	35.09	8.68	24.63
	FPFSCMC-FussCyier	24.63	26.95	35.09	8.68	24.63
	FPFSCMC-HDFSSC	24.63	26.95	35.09	8.68	24.63
Image Segmentation	FPFSCMC-Fuzzy kNN	0.97	3.22	3.39	3.39	3.39
	FPFSCMC-FSSC	5.52	18.68	19.32	20.74	19.32
	FPFSCMC-FussCyier	4.71	16.34	16.48	16.60	16.48
	FPFSCMC-HDFSSC	6.82	23.97	23.87	24.43	23.87
Vowel	FPFSCMC-Fuzzy kNN	0.36	34.34	4.25	1.99	4.25
	FPFSCMC-FSSC	10.25	53.62	56.37	57.77	56.37
	FPFSCMC-FussCyier	9.21	50.16	50.63	52.19	50.63
	FPFSCMC-HDFSSC	9.23	50.60	50.77	52.21	50.77
Ortalama Avantaj Skorları	FPFSCMC-Fuzzy kNN	7.16	18.79	12.21	10.10	10.19
	FPFSCMC-FSSC	12.74	17.22	17.41	17.87	19.45
	FPFSCMC-FussCyier	10.78	16.62	16.62	16.26	16.86
	FPFSCMC-HDFSSC	10.54	16.70	16.19	15.76	16.39

Sonuçlar yüzde olarak verilmiştir.

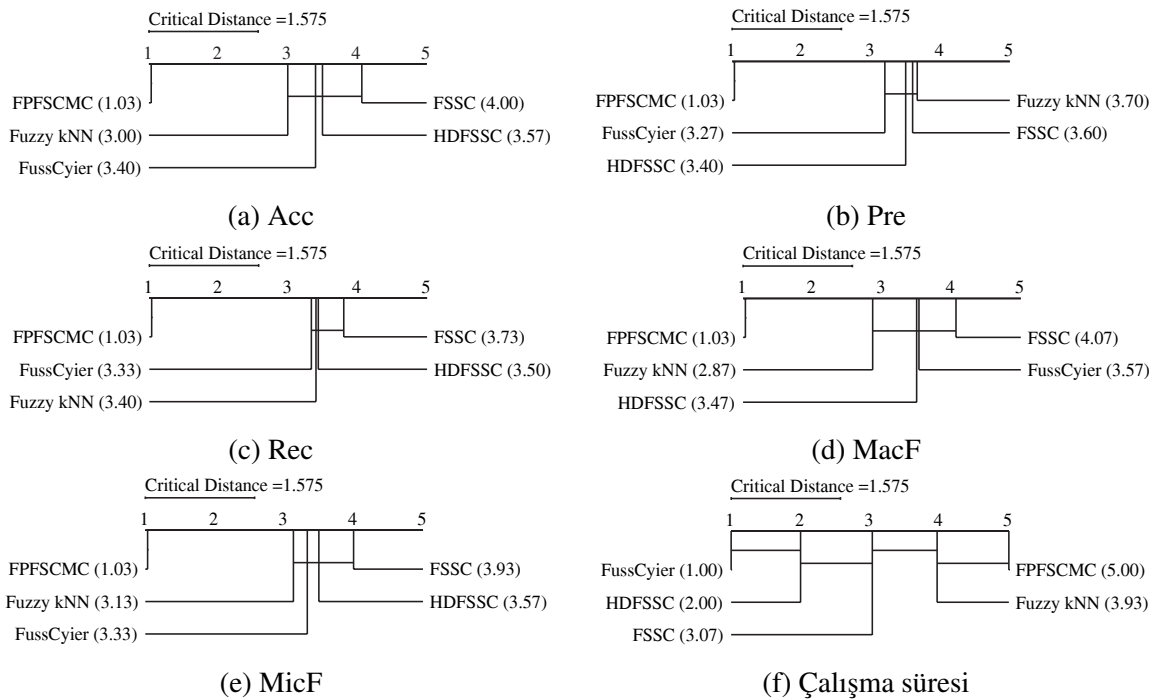
Ayrıca, Tablo 11'deki ortalama skorlar, sırasıyla, FPFSCMC'nin Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC üzerinde %7.16, %12.74, %10.78 ve %10.54 düzeyinde bir ortalama doğruluk avantajı, %18.79, %17.22, %16.62 ve %16.70 düzeyinde bir ortalama

kesinlik avantajı, %12.21, %17.41, %16.62 ve %16.19 düzeyinde bir ortalama duyarlık avantajı, %10.10, %17.87, %16.26 ve %15.76 düzeyinde bir ortalama makro F-skor avantajı ve %10.19, %19.45, %16.86 ve %16.39 düzeyinde bir ortalama mikro F-skor avantajı sağladığını göstermektedir. FPFSCMC'nin performans avantajlarının, göz önüne alınan tüm veri setleri için %7 ve %20 arasında olduğu gözlemlenebilir.

Tablo 10 ve 11'den anlaşılacağı üzere, FPFSCMC, Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC'den daha etkili bir yöntemdir.

7.1.3. FPFSCMC Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi

İlk olarak, bu bölümde, karşılaştırılan algoritma sayısı 5 ve veri setlerinin sayısı 15 olduğundan, simülasyonlarda ele alınan her algoritmanın ortalama sıralaması Friedman testi kullanılarak $k = 5$ ve $N = 15$ için hesaplanır. Daha sonra, doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor, mikro F-skor ve çalışma süresi değerlerinin Friedman testi istatistikleri, sırasıyla, $\chi_F^2 = 32.64$, $\chi_F^2 = 30.20$, $\chi_F^2 = 30.06$, $\chi_F^2 = 33.94$, $\chi_F^2 = 31.66$ ve $\chi_F^2 = 59.25$ olarak hesaplanır. $k = 5$ ve $N = 15$ için $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde Friedman testi kritik değeri 9.49'dur (Tablo 3). Doğruluk ($32.64 > 9.49$), kesinlik ($30.20 > 9.49$), duyarlık ($30.06 > 9.49$), makro F-skor ($33.94 > 9.49$), mikro F-skor ($31.66 > 9.49$) ve çalışma süresi ($59.25 > 9.49$) değerlerinin Friedman testi istatistikleri kritik değerden büyük olduğundan karşılaştırılan algoritmaların performansları arasında anlamlı bir fark vardır. Bu nedenle, sıfır hipotezi reddedilir ve böylece Nemenyi post-hoc testi uygulanabilir.



Şekil 10. FPFSCMC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları

$k = 5$, $N = 15$ ve $\alpha = 0.05$ için Nemenyi post-hoc testine göre kritik mesafe 1.575 elde edilir. FPFSCMC'nin doğruluk, kesinlik, duyarlılık, makro F-skor ve mikro F-skor performansları Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC'den önemli ölçüde farklılık göstermektedir. Beş performans metriği için Nemenyi post-hoc testi tarafından üretilen kritik diyagram Şekil 10'da verilmiştir.

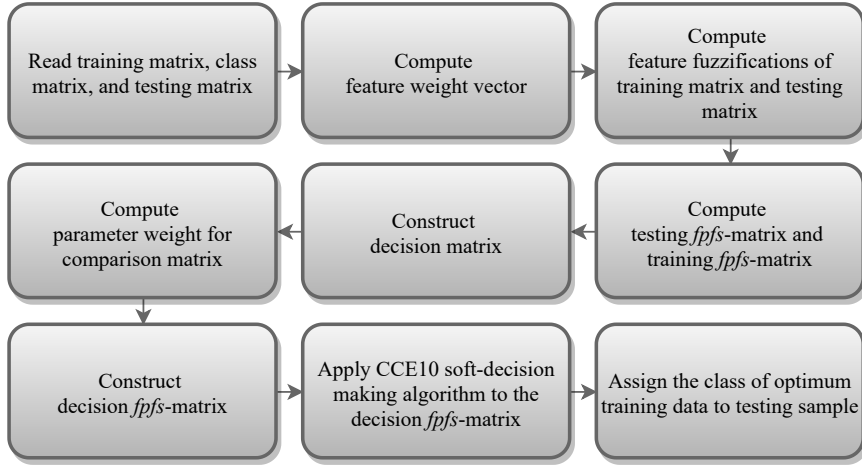
Şekil 10, FPFSCMC algoritmasının ortalama sıralamaları arasındaki farkların kritik mesafeden (1.575) daha fazla olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, FPFSCMC beş performans metriği açısından diğerlerinden önemli ölçüde üstündür.

7.2. Birleştirme Operatörü Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı

7.2.1. FPFSAC Algoritması

Bu alt bölümde, Bölüm 3.2'de verilen CCE10 (Enginoğlu ve Memiş, 2018b) esnek karar verme algoritmasını ve Bölüm 4.2'de tanımlanan Hamming pseudo-benzerlik, Chebyshev pseudo-benzerlik, Euclidean pseudo-benzerlik, Hamming-Hausdorff pseudo-benzerlik, Minkowski pseudo-benzerlik ve özdeğerlerin quasi-mesafesine (Erkan, 2020) dayanan s_{ev} quasi-benzerlik (Tanım 5.12) fonksiyonları kullanılarak Birleştirme Operatörü Temelli Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Sınıflandırıcı (FPFSAC) adında yeni bir sınıflandırma algoritması önerildi.

FPFSAC, parametrelerin sınıflandırma üzerindeki etkisine dayalı olarak özellik ağırlığını elde etmek için Pearson korelasyon katsayısını kullanır. Sonrasında, normalleştirilmiş eğitim ve test örneklerini kullanarak eğitim $fpfs$ -matrisini ve test $fpfs$ -matrisini inşa eder. Daha sonra, eğitim $fpfs$ -matrisi ile test $fpfs$ -matrisi arasındaki pseudo-benzerliklerini ve s_{ev} quasi-benzerliğini kullanarak karşılaştırma matrisi oluşturur. Sonrasında, parametre ağırlıklarını elde etmek için karşılaştırma matrisinin her sütununun standart sapmasını hesaplar ve parametre ağırlıklarını elde eder. Parametre ağırlıklarını ve karşılaştırma matrisini kullanarak esnek karar verme için bir $fpfs$ -matris oluşturur. Daha sonra CCE10 esnek karar verme metodu, oluşturulan $fpfs$ -matrise uygulanır ve böylece optimum eğitim örneği elde edilir. Son olarak, optimum eğitim örneğinin sınıf etiketi test örneğine atanır. Tüm test örnekleri için aynı adımlar tekrar edilir. FPFSAC'nin algoritma akış şeması (Şekil 11) ve algoritma adımları (Algoritma 7) aşağıdaki gibidir:



Şekil 11. FPFSA algoritma akış şeması

Algoritma 7: FPFSA algoritma adımları

Input: $(D_{train})_{m_1 \times n}$, $C_{m_1 \times 1}$, and $(D_{test})_{m_2 \times n}$

Output: $T_{m_2 \times 1}$

```

1: procedure FPFSA( $D_{train}, C, D_{test}$ )
2:   Compute  $fw$  using  $D_{train}$  and  $C$ 
3:   Compute feature fuzzification of  $D_{train}$  and  $D_{test}$ , namely  $\tilde{D}_{train}$  and  $\tilde{D}_{test}$ 
4:   for  $i$  from 1 to  $m_2$  do
5:     Compute the test  $fpfs$ -matrix  $[a_{ij}]$  using  $fw$  and  $\tilde{D}_{i-test}$ 
6:     for  $j$  from 1 to  $m_1$  do
7:       Compute the train  $fpfs$ -matrix  $[b_{ij}]$  using  $fw$  and  $\tilde{D}_{j-train}$ 
8:        $f_{j1} \leftarrow s_1([a_{ij}], [b_{ij}])$ 
9:        $f_{j2} \leftarrow s_2([a_{ij}], [b_{ij}])$ 
10:       $f_{j3} \leftarrow s_3([a_{ij}], [b_{ij}])$ 
11:       $f_{j4} \leftarrow s_5([a_{ij}], [b_{ij}])$ 
12:       $f_{j5} \leftarrow s_6^3([a_{ij}], [b_{ij}])$ 
13:      for all  $i$  and  $j$  do
14:        if  $\tilde{d}_{ij-train} = 0$  then
15:           $\tilde{d}_{ij-train} \leftarrow 0.0001$ 
16:        end if
17:        if  $\tilde{d}_{ij-test} = 0$  then
18:           $\tilde{d}_{ij-test} \leftarrow 0.0001$ 
19:        end if
20:      end for
21:       $f_{j6} \leftarrow s_{ev}(\text{diag}(\tilde{D}_{j-train}), \text{diag}(\tilde{D}_{i-test}))$ 
22:    end for
23:    for  $j$  from 1 to 5 do
24:       $sd_j \leftarrow \text{std}(F^j)$ 
25:    end for
26:     $pw \leftarrow 1 - \hat{sd}$ 
27:    Compute  $fpfs$ -matrix  $[g_{ij}]$  using  $pw$  and  $F$  for soft decision-making
28:     $[[sc_{k1}], [op_{k1}]] \leftarrow \text{CCE10}([g_{ij}])$ 
29:     $t_{i1} \leftarrow C(op_{11}, 1)$ 
30:  end for
31:  return  $T_{m_2 \times 1}$ 
32: end procedure
  
```

7.2.2. FPFSAC Simülasyon Sonuçları

Bu alt bölümde, FPFSAC algoritması kNN (Cover ve Hart, 1967), SVM (Cortes ve Vapnik, 1995), Fuzzy kNN (Keller ve diğerleri, 1985) ve EigenClass (Erkan, 2020) ile karşılaştırıldı. Daha sonra, 5-fold çapraz doğrulama ve 30 tekrar ile elde edilen performans sonuçları sunuldu.

Tablo 12, “Australian”, “Cryotherapy”, “Hayes-Roth”, “Libras”, “Mice”, “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease”, “Sonar”, “Teaching” ve “Vowel” veri setleri için algoritmaların ortalama doğruluk, kesinlik, duyarlılık, makro F-skor, mikro F-skor ve çalışma süresi sonuçlarını göstermektedir. FPFSAC, tüm performans ölçümleri açısından %60 ila %100 arasında bir performans sergilemektedir. “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease” ve “Hayes-Roth” veri setlerinde FPFSAC diğerlerinden büyük ölçüde üstündür. FPFSAC’nin iyileştirilmesi durumunda, FPFSAC’nin bu üç veri setinde daha iyi performans sergileyebilmesi mümkündür. Genel performans sonuçlarının %90’ın üzerinde olmadığı diğer veri setlerinde de, FPFSAC diğerlerinden daha iyi performans göstermektedir. Ayrıca, “Mice” veri setinde, FPFSAC’nin performansı, SVM’de olduğu gibi, tüm performans metrikleri açısından %100’dür.

FPFSAC’nin, Pearson korelasyon katsayısına dayanan *fpfs*-matrislerin Hamming, Chebyshev, Euclidean, Hamming-Hausdorff ve Minkowski pseudo-benzerliklerini kullanmasının yanı sıra genelleştirilmiş öz değerlerin quasi-mesafesine dayanan bir pseudo-benzerlik de kullanması hem EigenClass’dan hem de diğer yöntemlerden göz önüne alınan veri setlerinde daha başarılı olmasını sağlamıştır. FPFSAC, tüm eğitim örneklerini ayrı ayrı değerlendirmesiyle dikkate değer bir sınıflandırma başarısı elde etmektedir. Öte yandan, tüm eğitim örneklerini ayrı ayrı değerlendirmek ve MATLAB’ın genelleştirilmiş öz değer bulma fonksiyonunu paralel hesaplama ile çalıştırma desteğinin olmaması, FPFSAC’nin diğerlerinden daha yavaş çalışmasına neden olmaktadır.

Tablo 12’de, FPFSAC’nin “Mice” veri setini mükemmel şekilde sınıflandırdığı görülmektedir. Üstelik FPFSAC tüm performans ölçütlerine göre “Vowel” veri setinde %98’in üzerinde bir performans değeri, “Parkinsons” ve “Parkinson’s Disease” veri setlerinde yaklaşık %90’ın üzerinde bir performans değeri elde ederken, diğer yöntemler bunu başaramamaktadır. Dahası “Australian”, “Cryotherapy” ve “Sonar” veri setlerinde önerilen yöntemin performans değerlerinin %80 ile %95 arasında değiştiği ve diğerlerine göre daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir.

Ayrıca, %90’ın üzerindeki performans sonuçları, yöntemlerin performanslarının karşılaştırılmasında önemlidir. Önerilen yöntemin “Cryotherapy”, “Libras”, “Mice”, “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease” ve “Vowel” veri setlerindeki doğruluk sonuçları

%90’ın üzerindedir. Bu aynı zamanda FPFsAC’nin “Cryotherapy”, “Mice”, “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease” (makro F-skor hariç) ve “Vowel” veri setlerindeki diğer performans metriklerindeki sonuçlar için de geçerlidir.

Tablo 12
FPFsAC’nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc±SD	Pre±SD	Rec±SD	MacF±SD	MicF±SD	Çalışma Süresi±SD
Australian	kNN	82.61±2.79	82.62±2.84	82.29±2.82	82.34±2.82	82.61±2.79	0.11654±0.03321
	SVM	73.48±12.47	76.40±11.99	72.74±12.63	70.56±15.51	73.48±12.47	7.38792±0.31241
	Fuzzy kNN	66.85±3.52	66.56±3.71	65.78±3.61	65.79±3.70	66.85±3.52	0.00614±0.00124
	EigenClass	81.63±2.74	82.22±2.57	80.01±2.99	80.50±3.10	81.63±2.74	0.81677±0.03218
	FPFsAC	82.76±2.65	82.67±2.66	82.66±2.68	82.56±2.67	82.76±2.65	2.72785±0.08743
Cryotherapy	kNN	86.04±7.01	87.35±6.45	86.25±6.92	85.84±7.17	86.04±7.01	0.01760±0.00095
	SVM	85.48±7.07	86.78±6.70	85.65±7.14	85.25±7.29	85.48±7.07	0.20774±0.17277
	Fuzzy kNN	90.96±7.49	91.60±7.21	90.97±7.58	90.84±7.63	90.96±7.49	0.00031±0.00012
	EigenClass	86.04±9.01	88.18±8.16	85.51±9.17	85.46±9.55	86.04±9.01	0.00893±0.00128
	FPFsAC	93.22±6.30	94.05±5.29	93.14±6.36	93.07±6.56	93.22±6.30	0.03689±0.00260
Hayes-Roth	kNN	66.36±6.30	60.41±8.31	49.54±10.08	51.34±10.22	49.54±9.44	0.02348±0.00167
	SVM	73.93±5.68	66.82±8.03	62.13±8.46	62.96±8.19	60.89±8.53	0.14480±0.08907
	Fuzzy kNN	64.53±4.94	52.96±13.38	41.84±7.13	46.57±7.58	46.79±7.40	0.00042±0.00012
	EigenClass	70.29±5.23	60.21±12.86	49.74±7.63	54.93±8.80	55.44±7.84	0.01753±0.00226
	FPFsAC	84.72±4.88	81.37±6.35	75.43±7.91	76.31±7.94	77.08±7.32	0.07330±0.00545
Libras	kNN	97.17±0.65	82.18±4.40	78.78±4.93	78.49±4.97	78.75±4.87	0.06459±0.00316
	SVM	95.91±0.58	73.86±4.57	69.48±4.37	69.89±4.33	69.36±4.38	2.59981±0.05690
	Fuzzy kNN	96.09±0.64	74.97±4.57	70.70±4.80	70.94±4.76	70.70±4.78	0.00580±0.00067
	EigenClass	97.18±0.63	82.53±4.35	78.84±4.72	78.47±4.82	78.82±4.71	4.88806±0.08502
	FPFsAC	97.35±0.62	82.70±4.40	80.13±4.67	79.72±4.70	80.15±4.61	7.34892±0.12127
Mice	kNN	99.85±0.17	99.41±0.65	99.41±0.64	99.40±0.66	99.40±0.66	0.19589±0.00964
	SVM	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	2.07476±0.09130
	Fuzzy kNN	99.87±0.14	99.53±0.50	99.50±0.54	99.50±0.54	99.50±0.54	0.02374±0.00263
	EigenClass	99.99±0.04	99.97±0.13	99.97±0.15	99.97±0.14	99.97±0.15	27.62457±1.10855
	FPFsAC	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	44.60008±1.68916
Parkinsons	kNN	91.13±4.42	88.80±6.35	87.79±6.06	87.95±5.89	91.13±4.42	0.03495±0.00306
	SVM	86.50±4.54	86.48±7.77	76.32±7.74	78.85±8.18	86.50±4.54	1.38112±0.34275
	Fuzzy kNN	85.61±4.97	81.79±7.57	78.84±8.10	79.55±7.53	85.61±4.97	0.00087±0.00016
	EigenClass	90.32±4.88	87.51±6.87	86.88±6.73	86.90±6.52	90.32±4.88	0.06405±0.00511
	FPFsAC	92.72±4.27	90.72±5.97	90.18±6.12	90.14±5.78	92.72±4.27	0.28464±0.01473
Parkinson's Disease	kNN	86.21±12.14	85.49±12.37	78.33±11.50	80.76±11.72	86.21±12.14	0.57776±0.01906
	SVM	73.21±10.16	73.21±10.16	49.07±6.80	83.87±11.63	73.21±10.16	0.04202±0.00421
	Fuzzy kNN	69.28±9.92	59.27±9.03	58.67±8.86	58.82±8.93	69.28±9.92	0.18096±0.01484
	EigenClass	80.23±11.36	77.88±11.67	67.17±10.17	69.59±10.65	80.23±11.36	1344.02914±65.29620
	FPFsAC	91.94±12.90	90.03±12.76	90.04±12.84	89.96±12.74	91.94±12.90	3094.11927±534.52570
Sonar	kNN	84.69±5.11	85.96±5.06	84.12±5.26	84.30±5.35	84.69±5.11	0.03746±0.00220
	SVM	77.67±5.69	78.69±5.99	77.16±5.76	77.15±5.88	77.67±5.69	0.01802±0.00146
	Fuzzy kNN	82.74±5.26	83.55±5.40	82.31±5.31	82.42±5.38	82.74±5.26	0.00192±0.00029
	EigenClass	81.06±6.00	82.29±5.55	81.60±5.86	80.96±6.08	81.06±6.00	0.49622±0.01178
	FPFsAC	84.72±4.85	86.22±4.63	84.20±5.06	84.38±5.13	84.72±4.85	0.94341±0.02459
Teaching	kNN	65.63±5.15	49.05±8.54	48.40±7.68	47.36±7.90	48.45±7.72	0.02560±0.00134
	SVM	68.10±5.89	54.07±9.55	52.23±8.86	51.66±9.00	52.15±8.83	0.22195±0.09727
	Fuzzy kNN	71.60±5.45	59.11±8.91	57.42±8.11	56.74±8.42	57.40±8.17	0.00047±0.00013
	EigenClass	70.54±5.51	56.42±8.91	55.79±8.20	54.98±8.33	55.80±8.27	0.02242±0.00232
	FPFsAC	75.66±5.75	64.86±9.09	63.42±8.62	62.96±8.69	63.50±8.63	0.09616±0.00764
Vowel	kNN	99.19±0.29	95.79±1.52	95.53±1.61	95.51±1.63	95.53±1.61	0.17148±0.01230
	SVM	96.33±0.47	80.84±2.53	79.79±2.58	79.70±2.61	79.79±2.58	3.61662±0.16019
	Fuzzy kNN	99.22±0.26	95.92±1.31	95.70±1.41	95.66±1.42	95.70±1.41	0.01332±0.00282
	EigenClass	96.51±0.45	83.31±2.31	80.83±2.50	80.89±2.53	80.83±2.50	1.73212±0.05085
	FPFsAC	99.72±0.19	98.56±0.95	98.46±1.03	98.46±1.04	98.46±1.03	5.81297±0.18751
Ortalama Performans Sonuçları	kNN	85.89±4.40	81.71±5.65	79.04±5.75	79.33±5.84	80.23±5.58	0.12653±0.00866
	SVM	83.06±5.26	77.72±6.73	72.46±6.43	75.99±7.26	75.85±6.42	1.76948±1.3283
	Fuzzy kNN	82.67±4.26	76.53±6.16	74.17±5.55	74.68±5.59	76.55±5.35	0.02339±0.00230
	EigenClass	85.38±4.58	80.05±6.34	76.63±5.81	77.27±6.05	79.01±5.75	137.96998±6.65955
	FPFsAC	90.28±4.24	87.12±5.21	85.77±5.53	85.76±5.52	86.45±5.26	315.60435±53.66661

Performans sonuçları ve onların standart sapma değerleri yüzde olarak verilmiştir. En iyi performans kalın harflerle gösterilmiştir.

Diğer taraftan, kNN, SVM, Fuzzy kNN ve EigenClass %85.89'un altında ortalama performans sergilemesine rağmen, FPFSAC, ortalama olarak, %90.28 doğruluk oranı, %87.12 kesinlik oranı, %85.77 duyarlılık oranı, %85.76 makro F-skor ve %86.45 mikro F-skor performans değerlerini üretmektedir. Elde edilen sonuçlar, FPFSAC'nin mevcut performans ölçütleri için göz önüne alınan tüm veri setlerinde diğer yöntemlerden önemli ölçüde daha iyi performans gösterdiğini ortaya koymaktadır.

Tablo 13, göz önüne alınan tüm veri setleri için FPFSAC'nin diğer sınıflandırıcılara göre performans avantaj skorlarını ve FPFSAC'nin tüm performans ölçümleri için göz önüne alınan tüm veri setlerinde en yüksek skorları verdiğini göstermektedir.

Tablo 13
FPFSAC'nin performans avantaj skorları

Veri setleri	Algoritmalar	Acc	Pre	Rec	MacF	MicF
Australian	FPFSAC-kNN	0.14	0.05	0.37	0.23	0.14
	FPFSAC-SVM	9.28	6.27	9.92	12.00	9.28
	FPFSAC-Fuzzy kNN	15.91	16.11	16.88	16.77	15.91
	FPFSAC-EigenClass	1.13	0.45	2.65	2.06	1.13
Cryotherapy	FPFSAC-kNN	7.19	6.71	6.90	7.23	7.19
	FPFSAC-SVM	7.74	7.28	7.50	7.82	7.74
	FPFSAC-Fuzzy kNN	2.26	2.46	2.18	2.24	2.26
	FPFSAC-EigenClass	7.19	5.87	7.64	7.61	7.19
Hayes-Roth	FPFSAC-kNN	18.36	20.96	25.90	24.98	27.54
	FPFSAC-SVM	10.79	14.54	13.30	13.36	16.18
	FPFSAC-Fuzzy kNN	20.19	28.41	33.59	29.74	30.28
	FPFSAC-EigenClass	14.43	21.16	25.69	21.38	21.64
Libras	FPFSAC-kNN	0.19	0.53	1.35	1.23	1.40
	FPFSAC-SVM	1.44	8.84	10.66	9.83	10.79
	FPFSAC-Fuzzy kNN	1.26	7.73	9.43	8.78	9.44
	FPFSAC-EigenClass	0.18	0.17	1.29	1.25	1.32
Mice	FPFSAC-kNN	0.15	0.59	0.59	0.60	0.60
	FPFSAC-SVM	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	FPFSAC-Fuzzy kNN	0.13	0.47	0.50	0.50	0.50
	FPFSAC-EigenClass	0.01	0.03	0.03	0.03	0.03
Parkinsons	FPFSAC-kNN	1.59	1.92	2.39	2.20	1.59
	FPFSAC-SVM	6.22	4.24	13.87	11.29	6.22
	FPFSAC-Fuzzy kNN	7.11	8.93	11.34	10.60	7.11
	FPFSAC-EigenClass	2.39	3.21	3.30	3.25	2.39
Parkinson's Disease	FPFSAC-kNN	5.73	4.53	11.71	9.19	5.73
	FPFSAC-SVM	18.73	16.81	40.96	6.09	18.73
	FPFSAC-Fuzzy kNN	22.66	30.75	31.37	31.14	22.66
	FPFSAC-EigenClass	11.71	12.15	22.87	20.37	11.71
Sonar	FPFSAC-kNN	0.03	0.26	0.08	0.08	0.03
	FPFSAC-SVM	7.04	7.53	7.04	7.22	7.04
	FPFSAC-Fuzzy kNN	1.97	2.67	1.89	1.95	1.97
	FPFSAC-EigenClass	3.66	3.93	2.60	3.42	3.66
Teaching	FPFSAC-kNN	10.03	15.81	15.02	15.60	15.05
	FPFSAC-SVM	7.56	10.79	11.19	11.31	11.34
	FPFSAC-Fuzzy kNN	4.07	5.75	6.00	6.22	6.10
	FPFSAC-EigenClass	5.13	8.44	7.63	7.98	7.69
Vowel	FPFSAC-kNN	0.53	2.77	2.93	2.95	2.93
	FPFSAC-SVM	3.40	17.72	18.67	18.76	18.67
	FPFSAC-Fuzzy kNN	0.50	2.64	2.76	2.80	2.76
	FPFSAC-EigenClass	3.21	15.25	17.63	17.57	17.63
Ortalama Avantaj Skorları	FPFSAC-kNN	4.39	5.41	6.72	6.43	6.22
	FPFSAC-SVM	7.22	9.40	13.31	9.77	10.60
	FPFSAC-Fuzzy kNN	7.61	10.59	11.59	11.07	9.90
	FPFSAC-EigenClass	4.90	7.07	9.13	8.49	7.44

Sonuçlar yüzde olarak verilmiştir.

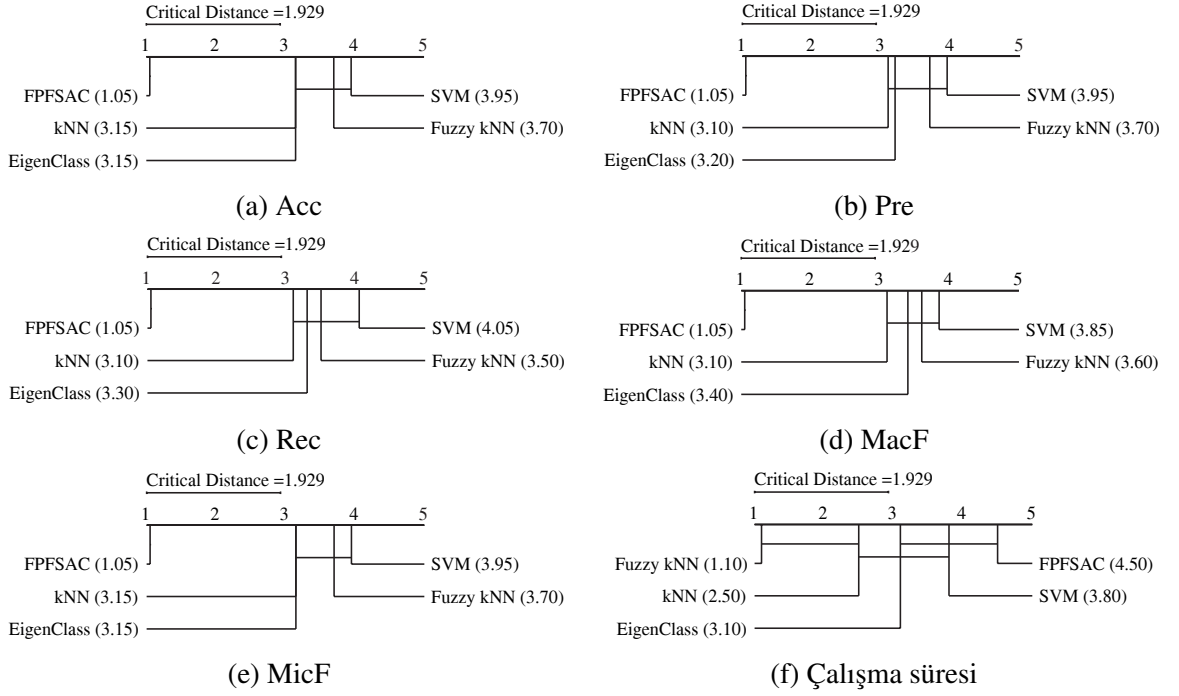
Tablo 13’de, doğruluk sonuçları, önerilen yöntemin “Hayes-Roth”, “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease”, “Teaching” ve “Vowel” veri setlerindeki performansının anlaşılmasında önemli bir rol oynamaktadır. Ayrıca, “Australian”, “Cryotherapy”, “Hayes-Roth”, “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease” ve “Teaching” veri setlerindeki doğruluk sonuçları FPFSAÇ’nin en etkili yöntem olduğunu gösteren ayırt edici faktörlerdir. Benzer şekilde, duyarlık, makro F-skor ve mikro F-skor sonuçları, önerilen yöntemin “Cryotherapy”, “Hayes-Roth”, “Libras”, “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease”, “Teaching” ve “Vowel” veri setlerindeki başarısını ön plana çıkaran diğer karakteristik faktörlerdir.

Dahası, önerilen yöntemin “Hayes-Roth”, “Parkinsons” ve “Parkinson’s Disease” veri setlerinde ve bütün performans metriklerinde diğer yöntemler üzerindeki performans avantaj aralıkları, sırasıyla, %10.79 ila 33.59%, %1.59 ila %13.87 ve %4.53 ila %40.96 şeklindedir. “Hayes-Roth” veri setinde FPFSAÇ’ye en yakın puana sahip sınıflandırıcıya göre performans avantajlarına ilişkin doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor ve mikro F-skor performans avantajları, sırasıyla, %10.79, %14.54, %13.30, %13.36 ve %16.18 şeklindedir. Benzer şekilde, “Parkinsons” veri setindeki avantajlar %1.59, %1.92, %2.39, %2.20 ve %1.59 ve “Parkinson’s Disease” veri setindeki avantajlar da %5.73, %4.53, %11.71, %6.09 ve %5.73 şeklindedir.

Tablo 12 ve 13’den anlaşılacağı üzere, FPFSAÇ göz önüne alınan veri setlerinde kNN, SVM, Fuzzy kNN ve EigenClass’dan daha etkili bir yöntemdir.

7.2.3. FPFSAÇ Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi

İlk olarak, bu bölümde, karşılaştırılan algoritma sayısı 5 ve veri setlerinin sayısı 10 olduğundan, simülasyonlarda ele alınan her algoritmanın ortalama sıralaması Friedman testi kullanılarak $k = 5$ ve $N = 10$ için hesaplanır. Daha sonra, doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor, mikro F-skor ve çalışma süresi değerlerinin Friedman testi istatistikleri, sırasıyla, $\chi_F^2 = 21.17$, $\chi_F^2 = 21.08$, $\chi_F^2 = 21.13$, $\chi_F^2 = 20.32$, $\chi_F^2 = 21.17$ ve $\chi_F^2 = 27.04$ olarak hesaplanır. $k = 5$ ve $N = 10$ için $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde Friedman testi kritik değeri 9.28’dir (Tablo 3). Doğruluk ($21.17 > 9.28$), kesinlik ($21.08 > 9.28$), duyarlık ($21.13 > 9.28$), makro F-skor ($20.32 > 9.28$), mikro F-skor ($21.17 > 9.28$) ve çalışma süresi ($27.04 > 9.28$) değerlerinin Friedman testi istatistikleri kritik değerden büyük olduğundan karşılaştırılan algoritmaların performansları arasında anlamlı bir fark vardır. Bu nedenle, sıfır hipotezi reddedilir ve böylece Nemenyi post-hoc testi uygulanabilir. Nemenyi post-hoc testi tarafından üretilen kritik diyagramlar Şekil 12’de verilmiştir.



Şekil 12. FPFSAC'nin Nemenyi testi kritik diyagramları

$k = 5$, $N = 10$ ve $\alpha = 0.05$ için Nemenyi post-hoc testine göre kritik mesafe 1.929 elde edilir. Şekil 12, FPFSAC algoritmasının ortalama sıralamaları ile kNN, SVM, Fuzzy kNN ve EigenClass ortalama sıralamaları arasındaki farkların kritik mesafeden (1.929) daha fazla olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, çalışma süresi bakımından kNN ve Fuzzy kNN diğerlerinden anlamlı derecede üstün olmasına rağmen, FPFSAC beş performans metriği açısından diğerlerinden önemli ölçüde üstündür.

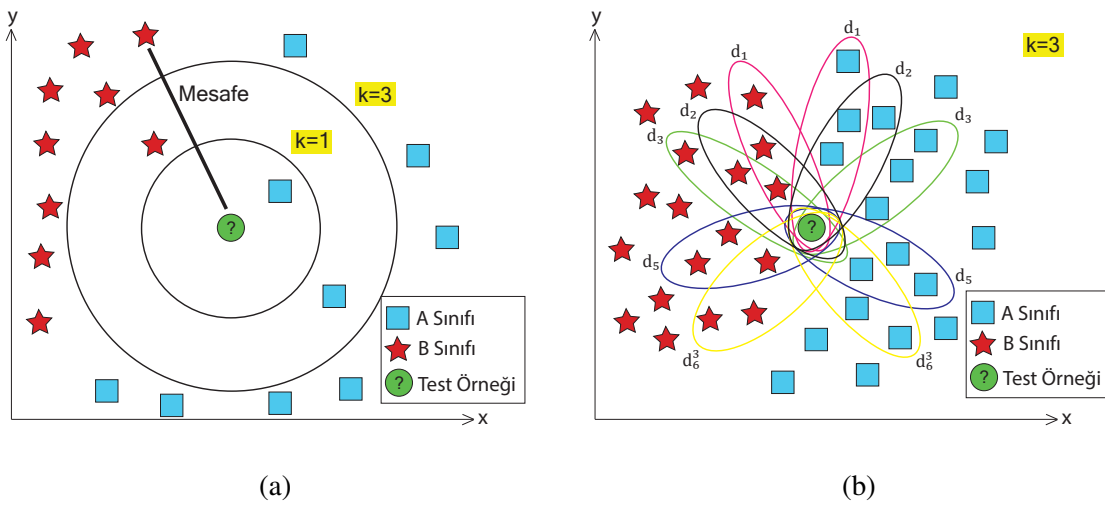
BÖLÜM 8

BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK MATRİSLERİN MESAFE ÖLÇÜMLERİNİN MAKİNE ÖĞRENİMİNE UYGULANMASI

8.1. Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek k-En Yakın Komşu Sınıflandırıcısı

8.1.1. FPFS-kNN Algoritması

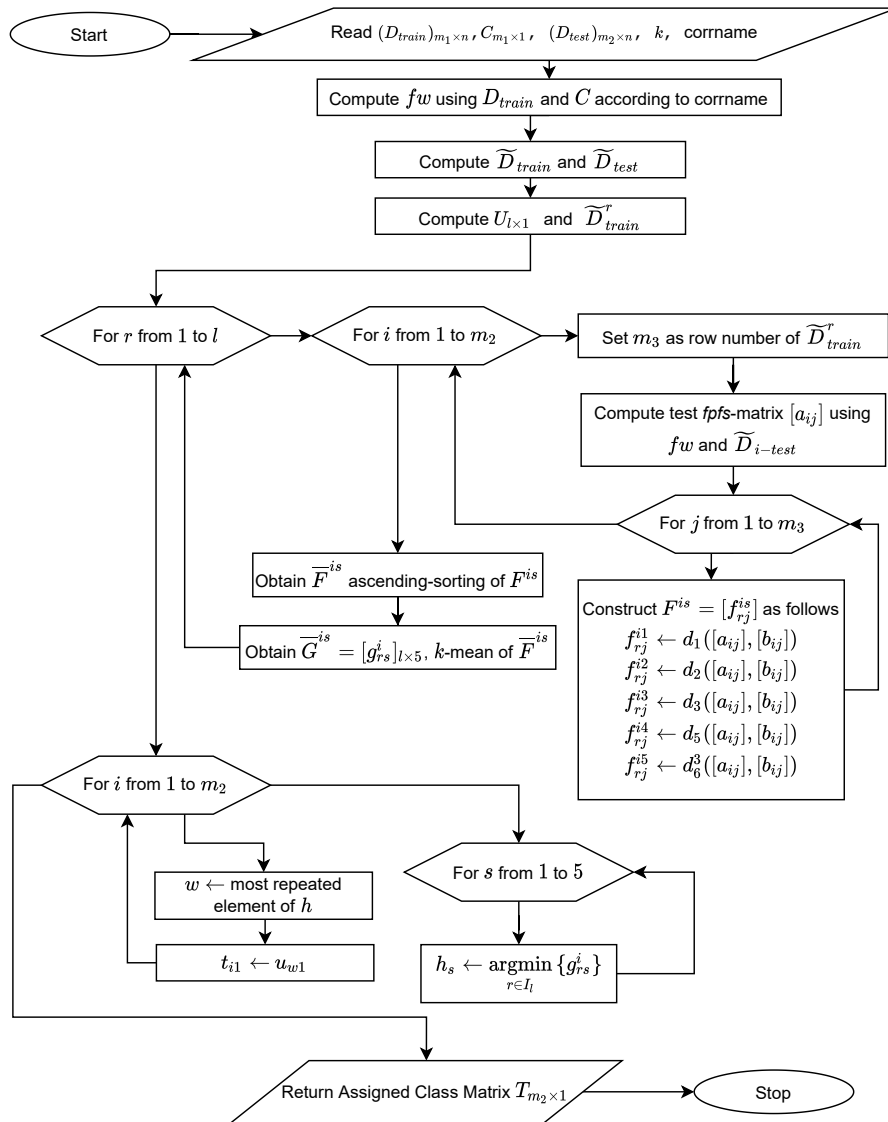
Makine öğrenmesinde, kNN (Cover ve Hart, 1967; Fix ve Hodges, 1951) sınıflandırıcısı iyi bilinen yöntemler arasındadır. kNN'nin sınıflandırma performansı, kullanılan mesafe fonksiyonuna ve en yakın komşunun sayısına bağlıdır. Bu nedenle, yeni mesafe fonksiyonları kullanan veya k değerinin veri setine göre optimizasyonunu yapan yeni kNN tabanlı algoritmalar geliştirme çalışmaları hâlâ devam etmektedir (Biswas ve diğerleri, 2018; Dubey ve Pudi, 2013; Gou ve diğerleri, 2019; Mullick ve diğerleri, 2018; Tang ve He, 2015). Bu çalışmalar, tek mesafe fonksiyonunu kullanarak en yakın komşuluğu tespit etmektedir ve bunların çok azı ağırlıklı mesafe fonksiyonunu (Biswas ve diğerleri, 2018) kullanır. Ayrıca, bu tür çalışmalarda parametrelerin sınıflandırma sürecine etkisi yeterince dikkate alınmamıştır. Bu alt bölümde, bahsi geçen bu sorunlar ele alındı ve Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek k -En Yakın Komşu (FPFS-kNN) Sınıflandırıcısı önerildi. kNN ve FPFS-kNN yöntemlerinin çalışma prensipleri Şekil 13'de gösterilmiştir. FPFS-kNN, Bölüm 3.2'de tanımlanan Hamming pseudo-metrik, Chebyshev pseudo-metrik, Euclidean pseudo-metrik, Hamming-Hausdorff pseudo-metrik ve Minkowski pseudo-metrik fonksiyonlarını kullanması nedeniyle parametrelerin sınıflandırma sürecindeki etkisini dikkate alır.



Şekil 13. kNN (a) ve FPFS-kNN (b) çalışma prensipleri

Burada parametrelerinin sınıflandırmaya etkisi hem Pearson korelasyon katsayısı hem Spearman sıralama korelasyon katsayısı hem de Kendall sıralama korelasyon katsayısı

yardımıyla hesaplanabilir. FPFS-kNN bu üç korelasyon katsayısına göre çalışabilecek şekilde tasarlanmıştır. FPFS-kNN ilk olarak seçilen korelasyon türüne göre parametrelerin sınıflandırma üzerindeki etkisine dayalı olarak özellik ağırlığını elde eder. Daha sonra, normalleştirilmiş eğitim ve test örneklerini elde eder. Sonrasında normalleştirilmiş eğitim verilerinden r -sınıf matrisini oluşturur. Özellik ağırlığını ve r -sınıf matrisini kullanarak her r için r -sınıf $fpfs$ -matrisini oluşturur. Sonra, özellik ağırlığını ve test örneğini kullanarak test $fpfs$ -matrisi oluşturur. Test $fpfs$ -matrisinin her bir sınıfa ait r -sınıf $fpfs$ -matrislerine olan her bir pseudo-mesafesini hesaplayarak en yakın k tanesinin ortalamasını alır. Bu pseudo-mesafelerin ortalamalarına göre test $fpfs$ -matrisine en yakın olan grubun sınıf değeri test örneğine atanır. Bu süreç, tüm test örnekleri için tekrarlanır. FPFS-kNN'nin algoritma akış şeması (Şekil 14) ve algoritma adımları (Algoritma 8) aşağıdaki gibidir:



Şekil 14. FPFS-kNN algoritma akış şeması

Algoritma 8: FPFS-kNN algoritma adımları

Input: $(D_{train})_{m_1 \times n}, C_{m_1 \times 1}, (D_{test})_{m_2 \times n}, k$, and corname
Output: $T_{m_2 \times 1}$

- 1: **procedure** FPFSkNN($D_{train}, C, D_{test}, k$, corname)
- 2: Compute fw using D_{train} and C according to corname
- 3: Compute feature fuzzification of D_{train} and D_{test} , namely $\tilde{D}_{train}$ and $\tilde{D}_{test}$
- 4: Compute $U_{l \times 1}$
- 5: **for** r from 1 to l **do**
- 6: **for** i from 1 to m_1 **do**
- 7: Set m_3 as row number of $\tilde{D}_{train}^r$
- 8: Compute the test $fpfs$ -matrix $[a_{ij}]$ using fw and $\tilde{D}_{i-test}$
- 9: **for** j from 1 to m_3 **do**
- 10: Compute the r -train $fpfs$ -matrix $[b_{ij}]$ using fw and $\tilde{D}_{j-train}^r$
- 11: Obtain F^{is} as follows:
- 12: $f_{rj}^{i1} \leftarrow d_1([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 13: $f_{rj}^{i2} \leftarrow d_2([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 14: $f_{rj}^{i3} \leftarrow d_3([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 15: $f_{rj}^{i4} \leftarrow d_5([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 16: $f_{rj}^{i5} \leftarrow d_6^3([a_{ij}], [b_{ij}])$
- 17: **end for**
- 18: **end for**
- 19: **for** i from 1 to m_1 **do**
- 20: Compute ascending-sorted matrix $\bar{F}^{is}$ of F^{is} as follows:
- 21: **for** s from 1 to 5 **do**
- 22: Obtain $G^{is} = [g_{rs}^i]_{q \times 5}$ such that $g_{rs}^i = k$ -mean of $\bar{F}^{is}$
- 23: **end for**
- 24: **end for**
- 25: **end for**
- 26: **for** i from 1 to m_1 **do**
- 27: **for** s from 1 to 5 **do**
- 28: $h_s \leftarrow \underset{r \in I_l}{\operatorname{argmin}} \{g_{rs}^i\}$
- 29: **end for**
- 30: $w \leftarrow$ the most repeated element of h
- 31: $t_{i1} \leftarrow u_{w1}$
- 32: **end for**
- 33: **return** $T_{m_2 \times 1}$
- 34: **end procedure**

8.1.2. FPFS-kNN Simülasyon Sonuçları

Bu alt bölümde, FPFS-kNN algoritmasının Pearson, Spearman ve Kendall korelasyon katsayılarına dayanan üç versiyonu kNN (Cover ve Hart, 1967) ve son teknoloji kNN tabanlı Fuzzy kNN (Keller ve diğerleri, 1985), WkNN (Dubey ve Pudi, 2013) ve ADAkNN2+GIHS (Mullick ve diğerleri, 2018) algoritmaları ile karşılaştırıldı. Daha sonra, 5-fold çapraz doğrulama ve 30 tekrar ile elde edilen performans sonuçları sunuldu.

Tablo 14, “Australian”, “Breast Cancer”, “Diabetic Retinopathy”, “Hayes-Roth”, “Hepatitis”, “Immunotherapy”, “Ionosphere”, “Mice”, “Parkinsons”, “Parkinson’s Disease”, “Sonar”, “Teaching”, “Wine” ve “Image Segmentation” veri setleri için algoritmaların ortalama doğruluk, kesinlik, duyarlılık, makro F-skor ve mikro F-skor

sonuçlarını göstermektedir.

Tablo 14'te, FPFS-kNN'nin "Mice Protein" veri setini kusursuz şekilde sınıflandırdığı görülmektedir. Üstelik FPFS-kNN tüm performans ölçütlerine göre "Image Segmentation" veri setinde %97'nin üzerinde bir performans değeri elde ederken diğerleri bunu başaramamaktadır. Ayrıca, "Breast Cancer" ve "Wine" veri setlerinde %95'in üzerinde bir performans değeri elde ederken, Fuzzy kNN ve WkNN'nin başarıları "Wine" veri setinde %85'in altında ve "Breast Cancer" veri setinde %93'ün altında kalmaktadır.

Dahası "Parkinsons" veri setinde FPFS-kNN beş performans metriğine göre %90'ın üzerinde bir performansa sahipken diğerlerinin başarısı %90'ın altında kalmaktadır. FPFS-kNN'nin "Parkinson's Disease" veri setinde tüm performans metriklerine göre %90'ın üzerinde bir başarısı olmasa da sadece duyarlık (88.56 ± 3.60) ve makro F-skor (89.61 ± 3.25) performansları %90'ın altındadır.

"Parkinsons" ve "Parkinson's Disease" veri setlerinde önerilen yöntemin performans değerlerinin %88 ile %95 arasında değiştiği ve diğerlerine göre daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Benzer şekilde, FPFS-kNN, "Ionosphere", "Australian" ve "Sonar" veri setlerinde %80'in üzerinde bir performans sergilemektedir.

Ayrıca, %90'ın üzerindeki performans sonuçları, yöntemlerin performanslarının karşılaştırılmasında önemlidir. Önerilen yöntemin "Breast Cancer", "Mice", "Parkinsons", "Parkinson's Disease", "Wine" ve "Image Segmentation" veri setlerindeki doğruluk sonuçları %90'ın üzerindedir. Bu aynı zamanda FPFS-kNN'nin "Breast Cancer", "Mice", "Parkinsons", "Wine" ve "Image Segmentation" veri setlerindeki diğer performans metriklerindeki sonuçları için de geçerlidir.

Diğer taraftan, kNN, Fuzzy kNN, WkNN ve ADAkNN2+GIHS, sırasıyla, %84, %79, %79 ve %83'ün altında ortalama performans sergilemesine rağmen, FPFS-kNN (Pearson), ortalama olarak, %86.68 doğruluk oranı, %83.96 kesinlik oranı, %82.28 duyarlık oranı, %82.72 makro F-skor ve %83.89 mikro F-skor performans değerlerini üretmektedir. FPFS-kNN ortalama sonuçlara göre beş performans metriğinde de %80'in üzerinde sonuçlar üretirken diğerleri beş performans metriğine göre %80 performans başarısının altında kalmaktadır.

Sonuç olarak, Tablo 14'e göre, FPFS-kNN ("Breast Cancer" kesinlik performansı 96.91 ± 1.38) göz önüne alınan veri setlerinde kNN ("Breast Cancer" kesinlik performansı 96.95 ± 1.41 hariç), Fuzzy kNN, WkNN ve ADAkNN2+GIHS'den daha etkili bir yöntemdir.

Tablo 14

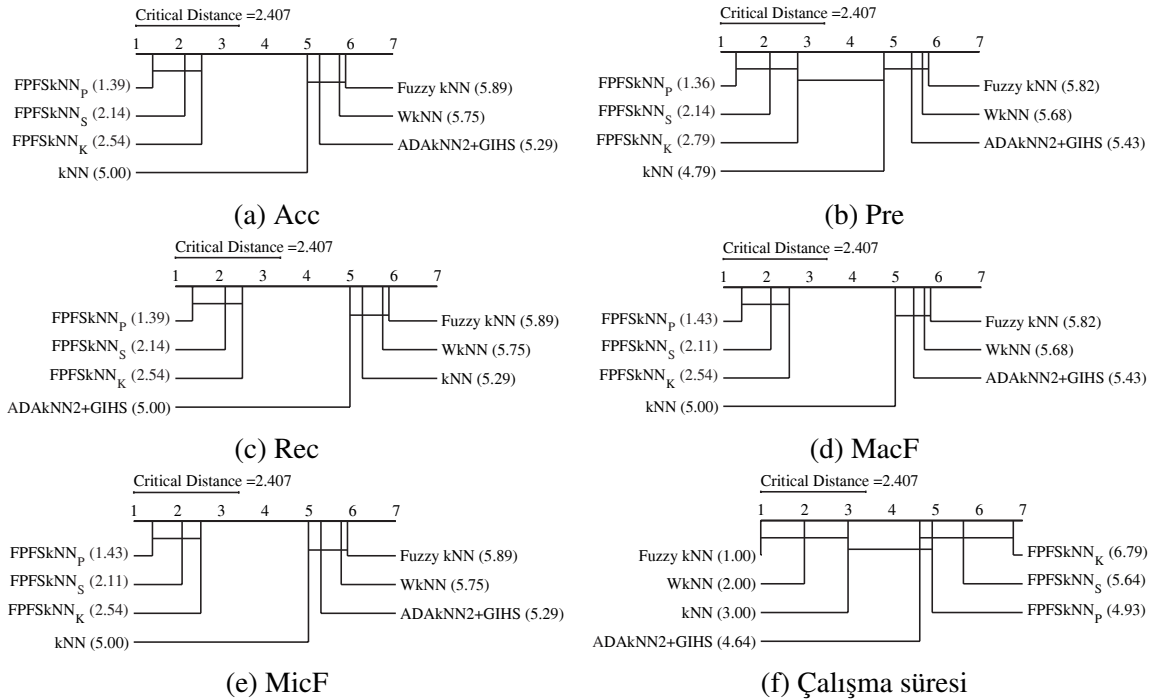
FPFS-kNN'nin göz önüne alınan veri setleri için simülasyon sonuçları

Veri setleri	Algoritmalar	Ayarlar	Acc±SD	Pre±SD	Rec±SD	MacF±SD	MicF±SD	Çalışma Süresi±SD
Australian	kNN	k=3	82.72±2.44	82.74±2.50	82.41±2.48	82.44±2.48	82.72±2.44	0.11503±0.03315
	Fuzzy kNN	k=3	66.87±3.83	66.59±4.07	65.78±3.90	65.80±3.98	66.87±3.83	0.00606±0.00089
	WkNN	k=3	66.87±3.83	66.59±4.07	65.78±3.90	65.80±3.98	66.87±3.83	0.01186±0.00236
	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	84.23±2.64	84.14±2.69	84.08±2.66	84.03±2.67	84.23±2.64	0.38097±0.02607
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	84.60±2.75	84.56±2.79	84.47±2.81	84.41±2.79	84.60±2.75	1.83001±0.08009
Breast Cancer	FPFS-kNN	k=3, Kendall	84.70±2.72	84.67±2.77	84.57±2.79	84.51±2.77	84.70±2.72	1.83621±0.07783
			84.61±2.57	84.58±2.62	84.48±2.64	84.42±2.61	84.61±2.57	1.84473±0.08569
	kNN	k=3	96.56±1.51	96.95±1.41	95.76±1.90	96.27±1.65	96.56±1.51	0.09316±0.00211
	Fuzzy kNN	k=3	92.29±2.01	92.33±2.15	91.20±2.39	91.64±2.21	92.29±2.01	0.00663±0.00047
	WkNN	k=3	92.29±2.01	92.33±2.15	91.20±2.39	91.64±2.21	92.29±2.01	0.01105±0.00079
Diabetic Retinopathy	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	96.20±1.79	96.11±1.90	95.82±2.02	95.93±1.92	96.20±1.79	0.30896±0.01420
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	96.74±1.43	96.91±1.38	96.15±1.77	96.48±1.56	96.74±1.43	1.80835±0.07728
	k=3, Spearman	k=3, Kendall	96.65±1.45	96.85±1.41	96.04±1.80	96.39±1.59	96.65±1.45	1.79680±0.06489
			96.65±1.45	96.85±1.41	96.04±1.80	96.39±1.59	96.65±1.45	1.82160±0.07574
	FPFS-kNN							
Hayes-Roth	kNN	k=3	61.64±3.38	61.73±3.37	61.72±3.37	61.57±3.38	61.64±3.38	0.18569±0.00360
	Fuzzy kNN	k=3	63.64±2.72	63.66±2.75	63.66±2.74	63.55±2.73	63.64±2.72	0.01945±0.00112
	WkNN	k=3	63.64±2.72	63.66±2.75	63.63±2.74	63.55±2.73	63.64±2.72	0.02964±0.00148
	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	62.60±3.09	63.49±3.11	63.15±3.07	62.47±3.13	62.60±3.09	0.76469±0.01746
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	67.26±3.11	67.61±3.14	67.52±3.11	67.22±3.11	67.26±3.11	6.10186±0.14668
Hepatitis	FPFS-kNN	k=3, Kendall	66.92±2.95	67.32±3.01	67.21±2.97	66.88±2.96	66.92±2.95	6.14191±0.16563
			67.00±2.98	67.39±3.04	67.29±3.00	66.97±2.98	67.00±2.98	6.16784±0.15909
	kNN	k=3	67.06±5.96	61.25±7.99	50.24±9.42	52.22±9.28	50.60±8.95	0.02272±0.00059
	Fuzzy kNN	k=3	64.00±4.98	51.55±14.60	41.06±7.05	45.99±7.66	46.00±7.42	0.00044±0.00012
	WkNN	k=3	61.41±5.21	42.24±12.79	38.60±7.59	41.34±7.32	42.12±7.82	0.00113±0.00009
Immunotherapy	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	71.66±6.51	62.57±9.90	58.90±10.04	59.42±9.88	57.48±9.76	0.06730±0.00316
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	85.08±5.17	81.99±6.68	77.94±8.02	78.70±7.69	77.62±7.76	0.05162±0.00433
	k=3, Spearman	k=3, Kendall	84.90±5.34	81.65±7.08	77.61±8.45	78.34±8.13	77.35±8.01	0.05201±0.00440
			84.85±5.24	81.58±6.99	77.60±8.26	78.33±7.94	77.27±7.87	0.05228±0.00442
	FPFS-kNN							
Ionosphere	kNN	k=3	59.42±8.01	59.01±9.02	58.28±8.16	57.79±8.48	59.42±8.01	0.02787±0.00062
	Fuzzy kNN	k=3	55.85±7.26	55.78±7.38	55.59±7.20	55.19±7.27	55.85±7.26	0.00064±0.00014
	WkNN	k=3	55.85±7.26	55.78±7.38	55.59±7.20	55.19±7.27	55.85±7.26	0.00144±0.00009
	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	59.83±8.31	59.40±8.91	58.96±8.43	58.63±8.71	59.83±8.31	0.07566±0.00336
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	64.09±7.15	64.32±7.91	63.15±7.31	62.73±7.57	64.09±7.15	0.09998±0.00630
Mice	FPFS-kNN	k=3, Kendall	63.51±6.20	63.79±6.93	62.59±6.32	62.11±6.62	63.51±6.20	0.10127±0.00654
			63.29±6.05	63.51±6.80	62.38±6.16	61.93±6.46	63.29±6.05	0.10304±0.00614
	kNN	k=3	78.11±6.54	67.74±19.04	56.76±9.77	72.79±12.27	78.11±6.54	0.01715±0.00097
	Fuzzy kNN	k=3	69.26±8.06	49.92±15.86	48.29±8.92	71.14±12.56	69.26±8.06	0.00030±0.00012
	WkNN	k=3	69.26±8.06	49.92±15.86	48.29±8.92	71.14±12.56	69.26±8.06	0.00073±0.00007
Parkinson's Disease	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	69.44±9.28	61.01±10.23	63.66±12.11	61.24±10.44	69.44±9.28	0.04440±0.00226
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	82.70±7.10	76.73±16.31	67.75±12.54	73.91±10.81	82.70±7.10	0.02572±0.00132
	k=3, Spearman	k=3, Kendall	81.85±7.36	74.89±16.77	66.27±12.72	74.31±10.88	81.85±7.36	0.02621±0.00127
			81.37±7.17	73.75±17.29	65.70±12.15	73.25±10.67	81.37±7.17	0.02654±0.00128
	FPFS-kNN							
Parkinson's Disease	kNN	k=3	84.18±3.72	88.05±3.70	78.73±4.95	80.69±5.04	84.18±3.72	0.05821±0.00120
	Fuzzy kNN	k=3	84.71±3.37	88.82±3.32	79.27±4.45	81.36±4.55	84.71±3.37	0.00321±0.00022
	WkNN	k=3	84.71±3.37	88.82±3.32	79.27±4.45	81.36±4.55	84.71±3.37	0.00511±0.00035
	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	85.73±3.49	88.23±3.81	81.25±4.42	83.10±4.41	85.73±3.49	0.17881±0.00887
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	87.82±3.51	91.07±2.83	83.50±4.83	85.48±4.67	87.82±3.51	0.71906±0.03840
Mice	FPFS-kNN	k=3, Kendall	87.69±3.75	90.91±3.21	83.37±5.06	85.33±4.91	87.69±3.75	0.72182±0.03984
			87.72±3.76	90.91±3.25	83.42±5.06	85.38±4.90	87.72±3.76	0.73574±0.04235
	kNN	k=3	99.85±0.14	99.42±0.56	99.42±0.56	99.40±0.58	99.41±0.57	0.19090±0.00364
	Fuzzy kNN	k=3	99.88±0.14	99.55±0.49	99.52±0.54	99.52±0.54	99.52±0.54	0.02232±0.00121
	WkNN	k=3	99.96±0.07	99.82±0.30	99.82±0.30	99.82±0.30	99.84±0.28	0.03417±0.00138
Parkinson's Disease	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	98.86±0.43	95.56±1.67	95.46±1.75	95.37±1.77	95.46±1.75	0.78886±0.02024
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	13.19151±0.25738
	k=3, Spearman	k=3, Kendall	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	13.17569±0.24739
			100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	100.00±0.00	13.29515±0.26593
	FPFS-kNN							
Parkinson's Disease	kNN	k=3	90.97±4.51	88.70±6.41	87.81±6.48	87.78±6.09	90.97±4.51	0.03415±0.00154
	Fuzzy kNN	k=3	85.08±4.74	81.28±7.46	78.28±7.84	78.81±7.36	85.08±4.74	0.00092±0.00024
	WkNN	k=3	85.08±4.74	81.28±7.46	78.28±7.84	78.81±7.36	85.08±4.74	0.00190±0.00038
	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	86.82±5.29	82.54±5.59	88.67±5.68	84.17±5.98	86.82±5.29	0.09672±0.00524
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	94.51±3.44	93.19±4.95	92.45±5.04	92.55±4.66	94.51±3.44	0.18006±0.01277
Parkinson's Disease	FPFS-kNN	k=3, Kendall	93.74±3.41	92.62±4.96	90.82±5.36	91.38±4.77	93.74±3.41	0.18202±0.01300
			93.76±3.41	92.65±4.95	90.83±5.36	91.40±4.77	93.76±3.41	0.18355±0.01239
	kNN	k=3	88.25±2.15	87.90±3.17	80.06±3.95	82.76±3.57	88.25±2.15	0.58284±0.01667
	Fuzzy kNN	k=3	70.56±2.87	60.39±3.97	59.71±3.83	59.87±3.88	70.56±2.87	0.18337±0.01131
	WkNN	k=3	70.56±2.87	60.39±3.97	59.71±3.83	59.87±3.88	70.56±2.87	0.19398±0.01279
Parkinson's Disease	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	84.78±3.08	79.90±3.66	82.76±3.80	80.95±3.64	84.78±3.08	1.20611±0.04248
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	92.37±2.32	91.03±3.18	88.56±3.60	89.61±3.25	92.37±2.32	34.21311±0.47622
	FPFS-kNN	k=3, Kendall	91.84±2.28	90.27±3.25	87.92±3.41	88.92±3.14	91.84±2.28	34.28155±0.34201
			91.73±2.31	90.18±3.27	87.68±3.49	88.74±3.20	91.73±2.31	35.00611±0.34549
Sonar	kNN	k=3	84.18±5.45	85.39±5.25	83.61±5.63	83.77±5.73	84.18±5.45	0.03651±0.00071
	Fuzzy kNN	k=3	82.43±5.70	83.22±5.70	81.98±5.84	82.08±5.89	82.43±5.70	0.00184±0.00016
	WkNN	k=3	82.43±5.70	83.22±5.70	81.98±5.84	82.08±5.89	82.43±5.70	0.00292±0.00026
	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	80.92±5.90	81.44±5.95	80.57±5.99	80.62±6.04	80.92±5.90	0.10576±0.00418
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	86.85±4.79	88.16±4.60	86.32±4.92	86.53±4.98	86.85±4.79	0.37367±0.01724
Sonar	FPFS-kNN	k=3, Kendall	85.99±5.23	87.51±5.05	85.38±5.36	85.61±5.46	85.99±5.23	0.37870±0.01777
			85.98±5.23	87.50±5.05	85.37±5.35	85.59±5.45	85.98±5.23	0.38856±0.01881
	kNN	k=3	66.18±4.48	49.76±7.61	49.23±6.74	48.28±6.82	49.28±6.73	0.02500±0.00050
	Fuzzy kNN	k=3	71.31±5.17	58.73±8.59	56.99±7.80	56.25±8.00	56.97±7.75	0.00046±0.00011
	WkNN	k=3	70.71±5.31	56.99±8.48	56.09±8.04	55.57±8.16	56.06±7.97	0.00132±0.00008
Teaching	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	67.53±5.52	51.62±9.76	51.30±8.30	50.16±8.47	51.30±8.28	0.07487±0.00268
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	72.19±5.20	59.16±8.42	58.20±7.79	57.46±8.06	58.28±7.81	0.06669±0.00519
	FPFS-kNN	k=3, Kendall	72.19±5.13	59.14±8.34	58.20±7.68	57.43±8.01	58.29±7.70	0.06712±0.00517
			72.22±5.07	59.10±8.26	58.24±7.58	57.47±7.93	58.33±7.60	0.06815±0.00592
Wine	kNN	k=3	97.07±2.25	95.67±3.18	96.26±2.90	95.66±3.38	95.60±3.37	0.03099±0.00097
	Fuzzy kNN	k=3	82.55±3.98	74.49±6.06	72.42±6.08	72.57±6.15	73.82±5.97	0.00066±0.00014
	WkNN	k=3	83.52±4.28	75.38±6.49	74.72±6.57	74.34±6.68	75.28±6.41	0.00159±0.00011
	ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	96.52±2.11	94.94±2.93	95.63±2.66	94.91±3.13	94.79±3.17	0.09296±0.00355
	k=3, Pearson	k=3, Spearman	97.16±2.07	95.91±2.91	96.45±2.59	95.88±3.04	95.74±3.11	0.11793±0.00776
Wine	FPFS-kNN	k=3, Kendall	97.17±2.37	96.03±3.19	96.46±2.94	95.93±3.42	95.76±3.55	0.11972±0.00833
			96.79±2.47	95.60±3.23	95.97±3.06	95.40±3.56	95.18±3.71	0.12

8.1.3. FPFS-kNN Simülasyon Sonuçlarının İstatistiksel Değerlendirmesi

İlk olarak, bu bölümde, karşılaştırılan algoritma sayısı 7 ve veri setlerinin sayısı 14 olduğundan, simülasyonlarda ele alınan her algoritmanın ortalama sıralaması Friedman testi kullanılarak $k = 7$ ve $N = 14$ için hesaplanır. Doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor, mikro F-skor ve çalışma süresi değerlerinin Friedman testi istatistikleri, sırasıyla, $\chi_F^2 = 66.34, \chi_F^2 = 63.32, \chi_F^2 = 66.34, \chi_F^2 = 65.72, \chi_F^2 = 66.09$ ve $\chi_F^2 = 77.20$ olarak hesaplanır. $k = 7$ ve $N = 14$ için 6 ($k - 1$) serbestlik derecesi ve $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde Friedman testi kritik değeri 12.59'dur (Tablo 2). Doğruluk ($66.34 > 12.59$), kesinlik ($63.32 > 12.59$), duyarlık ($66.34 > 12.59$), makro F-skor ($65.72 > 12.59$), mikro F-skor ($66.09 > 12.59$) ve çalışma süresi ($77.20 > 12.59$) değerlerinin Friedman testi istatistikleri kritik değerden büyük olduğundan karşılaştırılan algoritmaların performansları arasında anlamlı bir fark vardır. Bu nedenle, sıfır hipotezi reddedilir ve böylece Nemenyi post-hoc testi uygulanabilir.

$k = 7, N = 14$ ve $\alpha = 0.05$ için Nemenyi post-hoc testine göre kritik mesafe 2.407 elde edilir. Beş performans metriği ve çalışma süresi için Nemenyi post-hoc testi tarafından üretilen kritik diyagram Şekil 15'te verilmiştir.



Şekil 15. FPFS-kNN'nin Nemenyi testi kritik diyagramları

Şekil 15, doğruluk, kesinlik, duyarlık, makro F-skor ve mikro F-skor performans sonuçlarına göre FPFS-kNN versiyonlarının performanslarının ortalama sıralamaları arasında farkların kritik mesafeden (2.407) az olması nedeniyle, aralarında önemli ölçüde farklılık olmadığını ama Pearson korelasyonu ile çalışan FPFS-kNN (FPFS-kNN_p)'nin

ortalama sıralaması ile diğerlerinin ortalama sıralamaları arasındaki farkların kritik mesafeden (2.407) fazla olması nedeniyle FPFS-kNN_P'nin performanslarının diğerlerinden önemli ölçüde üstün olduğunu göstermektedir.

Çalışma süreleri bakımından FPFS-kNN versiyonları ve ADAkNN2+GIHS arasında önemli ölçüde farklılık yoktur. Çalışma süresine göre ortalama sıralaması en iyi olan Fuzzy kNN olsa da genel olarak, çalışma süresi bakımından bütün algoritmalarından anlamlı olarak farklı olan bir algoritma yoktur.

BÖLÜM 9

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, ilk olarak, *fpfs*-matrisler (Enginoğlu ve Çağman, 2020) üzerinde quasi-metrik, semi-metrik, pseudo-metrik, metrik, quasi-benzerlik, semi-benzerlik, pseudo-benzerlik ve benzerlik kavramları tanımlandı. Daha sonra, *fpfs*-matrisler üzerinde sekiz pseudo-metrik ve bu pseudo metriklere dayanan sekiz pseudo-benzerlik önerildi. Ardından, esnek küme yazınındaki kurgusal problemler üzerinde ortaya atılan çoğu çalışmanın aksine (Dutta ve Limboo, 2017; Khalil, 2019; Kirişçi, 2020; Sarala ve Rajkumari, 2015; Wang ve diğerleri, 2016; Xiao, 2018), *fpfs*-matrislerin mesafe ve benzerlik ölçümleri ve *fpfs*-matrisler yoluyla tanımlanan sMBR01 (Enginoğlu ve Memiş, 2018a) ve CCE10 (Çağman ve diğerleri, 2010) esnek karar verme metotları gerçek bir probleme, yani makine öğrenimindeki bir sınıflandırma problemine uygulandı. Bulanık kümelerin mesafe ve benzerlik ölçümlerini kullanan ve eğitim verilerinin sınıf bazlı ortalamasını alarak çalışan FSSC (Handaga ve diğerleri, 2012), FussCyier (Lashari ve diğerleri, 2017) ve HDFSSC (Yanto ve diğerleri, 2018) geliştirilerek *fpfs*-matrislerin Hamming pseudo-metriği yoluyla FPFSCC, Hamming pseudo-metriği yoluyla FPFNSHC ve Euclidean pseudo-metriği yoluyla FPFSEC önerilmiştir. FPFSCC ve FPFNSHC de FSSC, FussCyier ve HDFSSC gibi eğitim verilerinin ortalamasını alarak çalışmaktadır. Bu nedenle, sırasıyla 6 ve 8 adet veri setlerinde diğer yöntemlerden daha başarılıdırlar. Eğitim verilerinin ortalamasını almak bilgi kaybına yol açtığından, hem *fpfs*-matrislerin Euclidean pseudo-metriği hem de eğitim verilerinin tamamı ayrı ayrı eğitim ve sınıflandırma sürecine dâhil edilerek, Fuzzy kNN (Keller ve diğerleri, 1985), FSSC, FussCyier ve HDFSSC yöntemlerinden 15 veri setinde daha başarılı olan FPFSEC algoritması geliştirilmiştir. Bahsi geçen bu üç yöntem, aslında parametrelerin sınıflandırmaya etkisini de göz önüne alabilen *fpfs*-matrislerin, sınıflandırma problemlerinde esnek kümelerden ve bulanık kümelerden daha etkili olduğunu göstermiştir. Sonrasında, birden çok pseudo-benzerlik kullanarak sınıflandırma yapılabilmesine olanak sağlayacak şekilde sMBR01 ve CCE10 esnek karar verme metotlarını kullanan FPFSCMC ve FPFSAAC algoritmaları geliştirildi. FPFSCMC göz önüne alınan 15 veri setinde Fuzzy kNN, FSSC, FussCyier ve HDFSSC yöntemlerinden daha başarılı bir performans sergiledi. FPFSAAC'nin FPFSCMC'den farkı genelleştirilmiş özdeğerlere dayalı bir pseudo-benzerlik kullanmasıdır. Yakın zamanda, genelleştirilmiş özdeğerlerin quasi-mesafesi başarılı bir şekilde kullanılarak EigenClass sınıflandırma algoritması geliştirildi (Erkan, 2020). Genelleştirilmiş özdeğerlerin bu

başarısını, CCE10 esnek karar verme metodunun ve *fpfs*-matrislerin pseudo-benzerliklerinin modelleme yeteneğini bir araya getirerek daha başarılı bir sınıflandırma algoritması olan FPFSAC geliştirildi. FPFSAC göz önüne alınan 10 veri setinde kNN (Cover ve Hart, 1967), Fuzzy kNN, SVM (Cortes ve Vapnik, 1995) ve EigenClass (Erkan, 2020) yöntemlerinden daha başarılı bir performans sergilemiştir. Son olarak, parametrelerin sınıflandırmaya etkisini de göz önüne alabilen *fpfs*-matrislerin birden fazla pseudo-metriği yardımıyla çoklu *k*-en yakın komşulukları oluşturarak sınıflandırma yapan FPFS-kNN algoritması geliştirildi. Önerilen yöntem, parametrelerin sınıflandırmaya etkisini hem Pearson korelasyon katsayısı hem Spearman sıralama korelasyon katsayısı hem de Kendall sıralama korelasyon katsayısı yardımıyla hesaplayabilmektedir. FPFS-kNN versiyonları sırasıyla göz önüne alınan 14 veri setindeki performans sonuçlarına göre kNN (“Breast Cancer” duyarlık performansı hariç), Fuzzy kNN, WkNN (Dubey ve Pudi, 2013) ve ADAkNN2+GIHS (Mullick ve diğerleri, 2018) yöntemlerinden çok daha iyi bir başarıya sahiptir. Tablo 15’teki ortalama performans sonuçlarına göre, önerilen altı sınıflandırma algoritmasının, karşılaştırılan yöntemlerden daha başarılı olduğu açıkça görülmektedir.

Tablo 15

Göz önüne alınan veri setlerindeki ortalama performans ve çalışma süresi sonuçları

Algoritmalar	Ayarlar	Acc±SD	Pre±SD	Rec±SD	MacF±SD	MicF±SD	Çalışma Süresi±SD
FSSC	–	59.00±4.83	52.12±4.85	52.92±5.13	48.92±5.15	51.07±5.25	0.00305±0.00040
FussCyier	–	65.88±6.46	56.13±5.04	57.33±4.78	54.21±6.30	58.73±6.91	0.00189±0.00021
HDFSSC	–	66.74±6.47	56.48±5.01	57.77±4.89	55.02±6.41	59.52±6.92	0.00241±0.00032
FPFSCC	–	71.80±4.22	64.39±4.63	65.56±5.06	62.98±4.88	65.61±4.67	0.02046±0.00152
Fuzzy kNN	k=3	73.63±3.80	66.05±6.43	63.40±5.41	67.63±5.72	70.75±4.52	0.02748±0.00156
FSSC	–	71.98±4.75	70.55±5.44	70.93±5.91	68.28±5.50	69.53±5.50	0.00191±0.00031
FussCyier	–	76.31±5.94	71.37±5.61	71.30±5.71	70.33±6.42	73.89±6.71	0.00140±0.00016
HDFSSC	–	75.53±5.97	70.43±5.60	70.80±5.90	69.72±6.40	73.07±6.68	0.00163±0.00025
FPFSNHC	–	79.49±4.38	76.49±5.49	76.41±6.29	75.26±5.48	77.60±5.27	0.01351±0.00119
Fuzzy kNN	k=3	80.70±3.48	62.82±6.97	69.54±5.02	71.90±5.20	73.17±4.70	0.03742±0.00080
FSSC	–	73.01±4.02	67.68±5.23	68.50±4.97	64.38±5.05	65.34±5.15	0.00273±0.00039
FussCyier	–	77.07±4.75	68.45±5.47	69.94±5.03	66.89±5.68	69.61±5.93	0.00157±0.00010
HDFSSC	–	78.40±4.66	69.69±4.97	71.13±4.88	69.07±5.45	71.59±5.68	0.00200±0.00018
FPFSEC	–	88.06±3.07	83.20±4.54	82.50±4.44	82.51±4.38	84.09±4.01	0.38008±0.00912
Fuzzy kNN	k=3	81.08±3.39	65.81±6.14	71.48±4.70	73.75±4.83	74.99±4.40	0.022872±0.019702
FSSC	–	75.50±3.84	67.38±5.17	66.28±4.89	65.97±4.94	65.73±4.99	0.002781±0.002616
FussCyier	–	77.45±4.57	67.98±5.13	67.06±4.75	67.59±5.63	68.32±5.75	0.001237±0.001229
HDFSSC	–	77.70±4.55	67.91±4.86	67.49±4.71	68.08±5.49	68.79±5.58	0.001851±0.001711
FPFSCMC	–	88.24±2.91	84.60±4.29	83.69±4.18	83.84±4.07	85.18±3.73	19.847908±15.887050
kNN	k=3	85.89±4.40	81.71±5.65	79.04±5.75	79.33±5.84	80.23±5.58	0.12653±0.00866
SVM	RBF	83.06±5.26	77.72±6.73	72.46±6.43	75.99±7.26	75.85±6.42	1.76948±1.13283
Fuzzy kNN	k=3	82.67±4.26	76.53±6.16	74.17±5.55	74.68±5.59	76.55±5.35	0.02339±0.00230
EigenClass	k=3	85.38±4.58	80.05±6.34	76.63±5.81	77.27±6.05	79.01±5.75	137.96998±6.65955
FPFSAC	–	90.28±4.24	87.12±5.21	85.77±5.53	85.76±5.52	86.45±5.26	315.60435±53.66661
kNN	k=3	83.41±3.63	80.05±5.30	77.35±4.81	78.60±4.98	79.87±4.16	0.12463±0.00535
Fuzzy kNN	k=3	78.30±3.94	72.62±5.96	70.32±4.98	72.00±5.28	73.63±4.53	0.01932±0.00133
WkNN	k=3	78.83±3.98	72.99±5.83	71.55±5.04	73.22±5.27	74.72±4.57	0.02456±0.00185
ADAKNN2+GIHS	Uyarlamalı k	82.64±4.13	78.36±5.10	78.39±5.16	77.72±5.11	78.95±4.79	0.43206±0.01314
	k=3, Pearson	86.68±3.45	83.96±4.70	82.28±4.65	82.72±4.49	83.89±3.93	6.30370±0.10445
FPFS-kNN	k=3, Spearman	86.43±3.46	83.64±4.77	81.89±4.69	82.47±4.53	83.61±3.96	6.31183±0.09434
	k=3, Kendall	86.34±3.42	83.49±4.78	81.78±4.62	82.33±4.49	83.50±3.92	6.38034±0.10047

Performans sonuçları ve onların standart sapma değerleri yüzde olarak verilmiştir. En iyi performans kalın harflerle gösterilmiştir.

Bu tez çalışması, veri sınıflandırması gibi gerçek problemler için *fpfs*-matrislerin nasıl inşa edileceğine dair yeni araştırmalara ilham verecek öncü bir çalışmadır. Bununla birlikte, *fpfs*-matrisler belirsizlik içeren sınıflandırma problemlerini etkili bir şekilde modelleyebildiğinden, *fpfs*-matrislerin gerçek problemlere uygulanması konusuna odaklanmak için daha fazla araştırma yapılmalıdır. İlk olarak, önerilen yöntemleri iyileştirmenin yollarından birinin, *fpfs*-matrisler için farklı benzerlik ölçümleri tanımlamak veya kullanmak olduğu öngörülmektedir. İkincisi, son zamanlarda yazına kazandırılmış *fpfs*-matrisler yoluyla tanımlanan esnek karar verme metodlarının da (Aydın ve Enginoğlu, 2020a; Enginoğlu ve Çağman, 2020; Enginoğlu ve Memiş, 2018a, 2018b, 2018c, 2018d; Enginoğlu, Memiş ve Arslan, 2018a, 2018b; Enginoğlu, Memiş ve Çağman, 2019; Enginoğlu, Memiş ve Karaaslan, 2019; Enginoğlu, Memiş ve Öngel, 2018a, 2018b; Enginoğlu ve Öngel, 2020) makine öğrenimine uygulanmasıdır. Ayrıca, esnek karar verme yöntemlerinin makine öğrenimine uygulandığı teorik ve uygulamalı çalışmalar yapmak gerekli ve değerlidir. Böylece, esnek karar verme yöntemlerinin performansları daha tutarlı ve gerçekçi bir şekilde değerlendirilerek esnek küme yazınına büyük ölçüde bir katkı sağlanmış olacaktır. Üçüncüsü, burada yer alan veri setlerindeki kararsız verilerin sınıflandırma başarısı üzerindeki olumsuz etkilerini azaltmaktır. Bu amaçla, gelecek çalışmalarda, bulanık kümeler (Zadeh, 1965), esnek kümeler (Molodtsov, 1999) ve kaba kümeler (Pawlak, 1982) kullanılarak kararsız verileri kaldıran etkili bir ön işlem adımı geliştirilebilir. Bu ön işlem adımının, önerilen yöntemlerin performanslarını iyileştirilebileceği öngörülmektedir. Son olarak, bir yöntemin başarısı %90'ın altında olduğunda, özellikle tıbbi teşhis ve karar vermede, hata payının kabul edilemez olduğu belirtilmelidir. Bu sorunun üstesinden gelmek ve oldukça güvenilir bir tanı koymak için, düşünülen yöntemler konuya göre özelleştirilmelidir. Öte yandan, kodları özel veya MathWorks ve GitHub gibi standart çevrimiçi platformlarda paylaşılmayan bazı sınıflandırıcılar (Gou ve diğerleri, 2019; Tang ve He, 2015), bu tez çalışmasında dikkate alınmamıştır.

KAYNAKLAR

- Anisimova, A. (2019, 27 Kasım). *Types of machine learning out there* [Online]. Erişim adresi (2020, 16 Eylül): <https://idapgroup.com/blog/types-of-machine-learning-out-there>
- Aydın, T. ve Enginoğlu, S. (2020a). Configurations of SDM methods proposed between 1999 and 2012: A follow-up study. K. Yıldırım (Ed.), *4th International Conference on Mathematics "An İstanbul Meeting for World Mathematicians"* (s. 192–211) içinde. İstanbul, Turkey. Erişim adresi: <https://www.researchgate.net/publication/346569120>
- Aydın, T. ve Enginoğlu, S. (2020b). Interval-valued intuitionistic fuzzy parameterized interval-valued intuitionistic fuzzy soft sets and their application in decision-making. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12652-020-02227-0>
- Biswas, N., Chakraborty, S., Mullick, S. S. ve Das, S. (2018). A parameter independent fuzzy weighted k-nearest neighbor classifier. *Pattern Recognition Letters*, 101, 80-87. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.patrec.2017.11.003>
- Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine learning*, 45(1), 5-32. Erişim adresi: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1023/A:1010933404324>
- Çağman, N., Çıtak, F. ve Enginoğlu, S. (2010). Fuzzy parameterized fuzzy soft set theory and its applications. *Turkish Journal of Fuzzy Systems*, 1(1), 21-35. Erişim adresi: <https://pdfs.semanticscholar.org/55ce/c8656188fa125d335deb8d358239d2fcdaa9.pdf>
- Çağman, N., Çıtak, F. ve Enginoğlu, S. (2011a). FP-soft set theory and its applications. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, 2(2), 219-226. Erişim adresi: [https://www.afmi.or.kr/papers/2011/Vol-02_No-02/AFMI-2-2\(219-226\)-J-110329R1.pdf](https://www.afmi.or.kr/papers/2011/Vol-02_No-02/AFMI-2-2(219-226)-J-110329R1.pdf)
- Çağman, N. ve Enginoğlu, S. (2010a). Soft matrix theory and its decision making. *Computers and Mathematics with Applications*, 59, 3308-3314. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2010.03.015>
- Çağman, N. ve Enginoğlu, S. (2010b). Soft set theory and uni-int decision making. *European Journal of Operational Research*, 207, 848-855. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.05.004>
- Çağman, N. ve Enginoğlu, S. (2012). Fuzzy soft matrix theory and its application in decision making. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 9(1), 109-119. Erişim adresi: https://ijfs.usb.ac.ir/article_229.html
- Çağman, N., Enginoğlu, S. ve Çıtak, F. (2011b). Fuzzy soft set theory and its applications. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 8(3), 137-147. Erişim adresi: https://ijfs.usb.ac.ir/article_292.html

- Çağman, N. ve Karataş, S. (2013). Intuitionistic fuzzy soft set theory and its decision making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 24(4), 829-836. Erişim adresi: <https://doi.org/10.3233/IFS-2012-0601>
- Chen, S. G. ve Wu, X. J. (2018). A new fuzzy twin support vector machine for pattern classification. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 9(9), 1553–1564. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/s13042-017-0664-x>
- Cortes, C. ve Vapnik, V. (1995). Support-vector networks. *Machine learning*, 20(3), 273-297. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00994018>
- Cover, T. M. ve Hart, P. E. (1967). Nearest neighbor pattern classification. *IEEE Transactions on Information Theory*, 13, 21-27. Erişim adresi: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1053964&tag=1>
- Demšar, J. (2006). Statistical comparisons of classifiers over multiple data sets. *Journal of Machine Learning Research*, 7, 1-30. Erişim adresi: <https://www.jmlr.org/papers/volume7/demsar06a/demsar06a.pdf>
- Dua, D. ve Graff, C. (2019). *UCI machine learning repository* [Veritabanı]. Erişim adresi (2020, 10 Eylül): <https://archive.ics.uci.edu/ml>
- Dubey, H. ve Pudi, V. (2013). Class based weighted k-nearest neighbor over imbalance dataset. J. Pei, V. S. Tseng, L. Cao, H. Motoda ve G. Xu (Ed.), *17th Pacific-Asia Conference on Advances in Knowledge Discovery and Data Mining* (s. 305-316) içinde. Gold Coast, Australia. Erişim adresi: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-37456-2_26
- Dubois, D. ve Prade, H. (1990). Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets. *International Journal of General Systems*, 17(2-3), 191-209. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1080/03081079008935107>
- Dutta, P. ve Limboo, B. (2017). Bell-shaped fuzzy soft sets and their application in medical diagnosis. *Fuzzy Information and Engineering*, 9(1), 67–91. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.fiae.2017.03.004>
- Enginoğlu, S. ve Arslan, B. (2020). Intuitionistic fuzzy parameterized intuitionistic fuzzy soft matrices and their application in decision-making. *Computational and Applied Mathematics*, 39, Article Number: 325. Erişim adresi: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs40314-020-01325-1>
- Enginoğlu, S. ve Çağman, N. (2020). Fuzzy parameterized fuzzy soft matrices and their application in decision-making. *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics*, 10(4), 1105-1115. Erişim adresi: <https://jaem.isikun.edu.tr/web/images/>

articles/vol.10.no.4/25.pdf

- Enginoğlu, S. ve Memiş, S. (2018a). Comment on fuzzy soft sets [The Journal of Fuzzy Mathematics 9(3), 2001, 589-602]. *International Journal of Latest Engineering Research and Applications*, 3(9), 1-9. Erişim adresi: <https://www.ijlera.com/papers/v3-i9/1.201809134.pdf>
- Enginoğlu, S. ve Memiş, S. (2018b). A configuration of some soft decision-making algorithms via *fpfs*-matrices. *Cumhuriyet Science Journal*, 39(4), 871-881. Erişim adresi: <https://doi.org/10.17776/csj.409915>
- Enginoğlu, S. ve Memiş, S. (2018c). A review on an application of fuzzy soft set in multicriteria decision making problem [P. K. Das, R. Borgohain, International Journal of Computer Applications 38 (2012) 33-37]. M. Akgül, İ. Yılmaz ve A. İpek (Ed.), *International Conference on Mathematical Studies and Applications 2018* (s. 173-178) içinde. Karaman, Turkey.
- Enginoğlu, S. ve Memiş, S. (2018d). A review on some soft decision-making methods. M. Akgül, İ. Yılmaz ve A. İpek (Ed.), *International Conference on Mathematical Studies and Applications 2018* (s. 437-442) içinde. Karaman, Turkey.
- Enginoğlu, S., Memiş, S. ve Arslan, B. (2018a). Comment (2) on soft set theory and uni-int decision-making [European Journal of Operational Research, (2010) 207, 848-855]. *Journal of New Theory*, 25, 84-102. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/download/article-file/594503>
- Enginoğlu, S., Memiş, S. ve Arslan, B. (2018b). A fast and simple soft decision-making algorithm: EMA18an. M. Akgül, İ. Yılmaz ve A. İpek (Ed.), *International Conference on Mathematical Studies and Applications 2018* (s. 428-436) içinde. Karaman, Turkey.
- Enginoğlu, S., Memiş, S. ve Çağman, N. (2019). A generalisation of fuzzy soft max-min decision-making method and its application to a performance-based value assignment in image denoising. *El-Cezerî Journal of Science and Engineering*, 6(3), 466-481. Erişim adresi: <https://doi.org/10.31202/ecjse.551487>
- Enginoğlu, S., Memiş, S. ve Karaaslan, F. (2019). A new approach to group decision-making method based on topsis under fuzzy soft environment. *Journal of New Results in Science*, 8(2), 42-52. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/904374>
- Enginoğlu, S., Memiş, S. ve Öngel, T. (2018a). Comment on soft set theory and uni-int decision-making [European Journal of Operational Research, (2010) 207, 848-855]. *Journal of New Results in Science*, 7(3), 28-43. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/>

download/article-file/596954

- Enginoğlu, S., Memiş, S. ve Öngel, T. (2018b). A fast and simple soft decision-making algorithm: EMO18o. M. Akgül, İ. Yılmaz ve A. İpek (Ed.), *International Conference on Mathematical Studies and Applications 2018* (s. 179-186) içinde. Karaman, Turkey.
- Enginoğlu, S. ve Öngel, T. (2020). Configurations of several soft decision-making methods to operate in fuzzy parameterized fuzzy soft matrices space. *Eskişehir Technical University Journal of Science and Technology A-Applied Sciences and Engineering*, 21(1), 58–71. Erişim adresi: <https://doi.org/10.18038/estubtda.562578>
- Erkan, U. (2020). A precise and stable machine learning algorithm: Eigenvalue classification (eigenclass). *Neural Computing and Applications*. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1007/s00521-020-05343-2>
- Erkan, U. ve Thanh, D. N. H. (2019). Autism spectrum disorder detection with machine learning methods. *Current Psychiatry Research and Reviews*, 15, 1-12. Erişim adresi: <https://doi.org/10.2174/2666082215666191111121115>
- Feng, Q. ve Zheng, W. (2014). New similarity measures of fuzzy soft sets based on distance measures. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, 7(4), 669-686. Erişim adresi: <https://pdfs.semanticscholar.org/9921/20d1eb3dfc1286259a5bee2ff260e0e377cb.pdf>
- Fix, E. ve Hodges, J. L. (1951). *Discriminatory analysis, nonparametric discrimination: Consistency properties*. Texas: USAF School of Aviation Medicine, Randolph Field. Erişim adresi: https://books.google.com.tr/books?hl=tr&lr=&id=Br33IRC3PkQC&oi=fnd&pg=PR3&ots=2ywRIubcJt&sig=GeV2R6qYTXUaMklfRpMs5FwgC4M&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false
- Fraiman, R., Justel, A. ve Svarc, M. (2010). Pattern recognition via projection-based kNN rules. *Computational Statistics & Data Analysis*, 54(5), 1390-1403. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.csda.2009.12.009>
- Friedman, M. (1940). A comparison of alternative tests of significance for the problem of m rankings. *Annals of Mathematical Statistics*, 11(1), 86-92. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/2235971>
- Gou, J., Qiu, W., Yi, Z., Shen, X., Zhan, Y. ve Ou, W. (2019). Locality constrained representation-based k-nearest neighbor classification. *Knowledge-Based Systems*, 167, 38-52. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2019.01.016>
- Handaga, B., Onn, H. ve Herawan, T. (2012). FSSC: An algorithm for classifying numerical data using fuzzy soft set theory. *International Journal of Fuzzy System Applications*, 3(4), 29-46. Erişim adresi: <https://dx.doi.org/10.4018/ijfsa.2012100102>

- Horng, M. H. (2009). Multi-class support vector machine for classification of the ultrasonic images of supraspinatus. *Expert Systems with Applications*, 36, 8124-8133. Erişim adresi: <https://doi:10.1016/j.eswa.2008.10.030>
- Jafar, M. N., Khan, M. R., Sultan, H. ve Ahmed, N. (2020). Interval valued fuzzy soft sets and algorithm of ivfss applied to the risk analysis of prostate cancer. *International Journal of Computer Applications*, 117(38), 18-26. Erişim adresi: <https://www.ijcaonline.org/archives/volume177/number38/31154-2020919869>
- Jafar, M. N., Shabbir, F. S., Alvi, S. M. F. ve Shaheen, L. (2020). Intuitionistic fuzzy soft matrices, compliments and their relations with comprehensive study of medical diagnosis. *International Journal of Latest Engineering Research and Applications*, 5(1), 23-30. Erişim adresi: <http://www.ijlera.com/papers/v5-i1/3.201912136.pdf>
- Jiang, Y., Tang, Y., Chen, Q., Liu, H. ve Tang, J. (2010). Interval-valued intuitionistic fuzzy soft sets and their properties. *Computers & Mathematics with Applications*, 60(3), 906-918. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2010.05.036>
- Karaaslan, F. (2016). Soft classes and soft rough classes with applications in decision making. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, Article ID 1584528, 11 pages. Erişim adresi: <https://dx.doi.org/10.1155/2016/1584528>
- Keller, J. M., Gray, M. R. ve Givens, J. A. (1985). A fuzzy k-nearest neighbor algorithm. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 15, 580-585. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1109/TSMC.1985.6313426>
- Khalil, S. M. (2019). Decision making using algebraic operations on soft effect matrix as new category of similarity measures and study their application in medical diagnosis problems. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 37(2), 1865-1877. Erişim adresi: <https://doi.org/10.3233/JIFS-179249>
- Khameneh, A. Z. ve Kılıçman, A. (2018). Multi-attribute decision-making based on soft set theory: A systematic review. *Soft Computing*, 23(16), 6899-6920. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1007/s00500-018-3330-7>
- Kharal, A. (2010). Distance and similarity measures for soft sets. *New Mathematics and Natural Computation*, 6(3), 321-334.
- Kirişçi, M. (2020). A case study for medical decision making with the fuzzy soft sets. *Afrika Matematika*, 31, 557-564. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1007/s13370-019-00741-9>
- Lashari, S. A., Ibrahim, R. ve Senan, N. (2017). Medical data classification using similarity measure of fuzzy soft set based distance measure. *Journal of Telecommunication, Electronic and Computer Engineering*, 9(2-9), 95-99. Erişim adresi: <https://journal.utem.edu.my/index.php/jtec/article/view/2681/1730>

- Lie, Z., Wen, G. ve Xie, N. (2015). An approach to fuzzy soft sets in decision making based on grey relational analysis and dempster–shafer theory of evidence: An application in medical diagnosis. *Artificial Intelligence in Medicine*, 64(3), 161–171. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.artmed.2015.05.002>
- Lin, C. F. ve Wang, S. D. (2002). Fuzzy support vector machines. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 13(2), 464-471. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1109/72.991432>
- Maji, P. K., Biswas, R. ve Roy, A. R. (2001). Fuzzy soft sets. *The Journal of Fuzzy Mathematics*, 9(3), 589-602.
- Maji, P. K., Roy, A. R. ve Biswas, R. (2002). An application of soft sets in a decision making problem. *Computers and Mathematics with Applications*, 44, 1077-1083. Erişim adresi: <https://core.ac.uk/download/pdf/82179651.pdf>
- Majumdar, P. ve Samanta, S. K. (2008). Similarity measure of soft sets. *New Mathematics and Natural Computation*, 4(1), 1-12. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1142/S1793005708000908>
- Martin, L., Leblanc, R. ve Toan, N. K. (1993). Tables for the friedman rank test. *The Canadian Journal of Statistics*, 21(1), 39-43. Erişim adresi: <https://www.jstor.org/stable/3315656>
- Mehryar, M., Rostamizadeh, A. ve Talwalkar, A. (2018). *Foundations of machine learning* (2. bs.). London: The MIT Press.
- Memiş, S. ve Enginoğlu, S. (2019). An application of fuzzy parameterized fuzzy soft matrices in data classification. M. Kiliç, K. Özkan, M. Karaboyacı, K. Taşdelen, H. Kandemir ve A. Beram (Ed.), *International Conferences on Science and Technology; Natural Science and Technology ICONST-NST 2019* (s. 68-77) içinde. Prizren, Kosovo. Erişim adresi: <https://www.researchgate.net/publication/335524651>
- Memiş, S., Enginoğlu, S. ve Erkan, U. (2019). A data classification method in machine learning based on normalised hamming pseudo-similarity of fuzzy parameterized fuzzy soft matrices. *Bilge International Journal of Science and Technology Research*, 3(Special Issue), 1-8. Erişim adresi: <https://doi.org/10.30516/bilgesci.643821>
- Meng, D., Zhang, X. ve Qin, K. (2011). Soft rough fuzzy sets and soft fuzzy rough sets. *Computers & Mathematics with Applications*, 62(12), 4635-4645. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2011.10.049>
- Molodtsov, D. (1999). Soft set theory-first results. *Computers and Mathematics with Applications*, 37(4-5), 19-31. Erişim adresi: [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(99\)00056-5](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(99)00056-5)
- Mullick, S. S., Datta, S. ve Das, S. (2018). Adaptive learning-based k-nearest neighbor

- classifiers with resilience to class imbalance. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 29(11), 5713-5724. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2018.2812279>
- Mushrif, M. M., Sen Gupta, S. ve Ray, A. K. (2006). Texture classification using a novel, soft-set theory based classification algorithm. P. J. Narayanan, S. K. Nayar ve H.-Y. Shum (Ed.), *7th Asian Conference on Computer Vision* (s. 246-254) içinde. Hyderabad, India. Erişim adresi: https://link.springer.com/chapter/10.1007/11612032_26
- Nemenyi, P. B. (1963). *Distribution-free multiple comparisons*. Erişim adresi: <https://books.google.com.tr/books?id=nhDMtgAACAAJ>
- Neog, J. T. ve Sut, D. K. (2011). An application of fuzzy soft sets in medical diagnosis using fuzzy soft complement. *International Journal of Computer Applications*, 33(9), 30-33. Erişim adresi: <https://www.ijcaonline.org/archives/volume33/number9/4051-5815>
- Pawlak, Z. (1982). Rough sets. *International Journal of Computer & Information Sciences*, 11, 341-356. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1007/BF01001956>
- Rajarajeswari, P. ve Dhanalakshmi, P. (2012). Soft set theory in medical diagnosis using trapezoidal fuzzy number. *International Journal of Computer Applications*, 57(19), 95-99. Erişim adresi: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.252.6389&rep=rep1&type=pdf>
- Rathika, R., Subramanian, S. ve Nagarajan, N. (2016). Application of fuzzy soft matrices in medical diagnosis. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics*, 1(1), 52-57. Erişim adresi: <http://www.mathsjournal.com/pdf/2016/vol1issue1/PartA/1-2-3-618.pdf>
- Rezvani, S., Wang, X. ve Pourpanah, F. (2019). Intuitionistic fuzzy twin support vector machines. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 27(11), 2140-2151. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2019.2893863>
- Russell, S. ve Norvig, P. (2020). *Artificial intelligence: A modern approach* (4. bs.). Hoboken: Pearson.
- Samuel, A. L. (1959). Some studies in machine learning using the game of checkers. *IBM Journal of Research and Development*, 3(3), 211-229. Erişim adresi: [https://www.cs.virginia.edu/\\$sim\\$evans/greatworks/samuel1959.pdf](https://www.cs.virginia.edu/simevans/greatworks/samuel1959.pdf)
- şanlıtürk, E. (2018). *Makine Öğrenme algoritmalarıyla hatalı Ürün tahmini* (Yüksek lisans tezi). Erişim adresi: <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/>
- Sarala, N. ve Rajkumari, S. (2015). Drug addiction effect in medical diagnosis by using fuzzy soft matrices. *International Journal of Current Engineering and Technology*, 5(1), 247-251. Erişim adresi: <https://inpressco.com/wp-content/uploads/2015/02/>

- Stone, M. (1974). Cross-validatory choice and assessment of statistical predictions. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 36(2), 111-147. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1974.tb00994.x>
- Suckling, J., Parker, J., Dance, D., Astley, S., Hutt, I., Boggis, C., ... Savage, J. (2015). *Mammographic image analysis society (MIAS) database v1.21* [Veritabanı]. Erişim adresi (2020, 10 Eylöl): <https://www.repository.cam.ac.uk/handle/1810/250394>
- Sulkan, E., Çağman, N. ve Aydın, T. (2019). Fuzzy parameterized intuitionistic fuzzy soft sets and their application to a performance-based value assignment problem. *Journal of New Theory*, 2019(29), 79-88. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/jnt/issue/51172/666719>
- Tang, B. ve He, H. (2015). ENN: Extended nearest neighbor method for pattern recognition. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 10(3), 52-60. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1109/MCI.2015.2437512>
- Turing, A. M. (1950). Computing machinery and intelligence. *Mind*, 59(236), 433-460. Erişim adresi: <https://phil415.pbworks.com/f/TuringComputing.pdf>
- Wang, J., Hu, Y., Xiao, F., Deng, X. ve Deng, Y. (2016). A novel method to use fuzzy soft sets in decision making based on ambiguity measure and dempster-shafer theory of evidence: An application in medical diagnosis. *Artificial Intelligence in Medicine*, 69(3), 1--11. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.artmed.2016.04.004>
- Xiao, F. (2018). A hybrid fuzzy soft sets decision making method in medical diagnosis. *IEEE Access*, 6, 25300-25312. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2820099>
- Xie, N., Wen, G. ve Li, Z. (2014). A method for fuzzy soft sets in decision making based on grey relational analysis and d-s theory of evidence: Application to medical diagnosis. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2014, Article ID 581316, 12 pages. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1155/2014/581316>
- Yanto, I. T. R., Seadudin, R. R., Lashari, S. A. ve Havaluddin. (2018). A numerical classification technique based on fuzzy soft set using hamming distance. R. Ghazali, M. M. Deris, N. M. Nawi ve J. H. Abawajy (Ed.), *Third International Conference on Soft Computing and Data Mining* (s. 252-260) içinde. Johor, Malaysia. Erişim adresi: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-72550-5_25
- Yüksel, Ş., Dizman, T., Yıldızhan, G. ve Sert, Ü. (2013). Application of soft sets to diagnose the prostate cancer risk. *Journal of Inequalities and Applications*, 229(19), 1-11. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1186/1029-242X-2013-229>

- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338-353. Erişim adresi: [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
- Zar, J. H. (2010). Biostatistical analysis. (5. bs., s. 672) içinde. Upper Saddle River: Prentice Hall.
- Zhang, J., Xu, J., Hu, X., Chen, Q., Tu, L., Huang, J. ve Cui, J. (2017). Diagnostic method of diabetes based on support vector machine and tongue images. *BioMed Research International*, 2017, Article ID 7961494, 9 pages. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1155/2017/7961494>
- Zou, Y. ve Xiao, Z. (2008). Data analysis approaches of soft sets under incomplete information. *Knowledge-Based Systems*, 21(8), 941-945. Erişim adresi: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2008.04.004>

EKLERİ

EK 1. Önerilen Pseudo-Metrik Fonksiyonlarının MATLAB Kodları

fpfs-matrisler üzerinde Hamming pseudo-metrik

```
function X=fpfsd1(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j));
            end
        end
        X=d;
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde normalleştirilmiş Hamming pseudo-metrik

```
function X=fpfsnd1(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j));
            end
        end
        X=d/( (m-1)*n );
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Chebyshev pseudo-metrik

```
function X=fpfsd2(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            for j=1:n
                d(j)=abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j));
            end
            e(i-1)=max(d);
        end
        X=max(e);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Euclidean pseudo-metrik

```
function X=fpfsd3(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^2;
            end
        end
        X=sqrt(d);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde normalleştirilmiş Euclidean pseudo-metrik

```
function X=fpfsnd3(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^2;
            end
        end
        X=sqrt(d)/sqrt((m-1)*n);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde tip-2 Euclidean pseudo-metrik

```
function X=fpfsd4(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            d=0;
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^2;
            end
            e(i-1)=(d^(1/2));
        end
        X=sum(e);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde normalleştirilmiş tip-2 Euclidean pseudo-metrik

```
function X=fpfsnd4(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            d=0;
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^2;
            end
            e(i-1)=(d^(1/2));
        end
        X=sum(e)/((m-1)*sqrt(n));
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Hamming-Hausdorff pseudo-metrik

```
function X=fpfsd5(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            for j=1:n
                d(j)=abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j));
            end
            e(i-1)=max(d);
        end
        X=sum(e);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde normalleştirilmiş Hamming-Hausdorff pseudo-metrik

```
function X=fpfsnd5(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            for j=1:n
                d(j)=abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j));
            end
            e(i-1)=max(d);
        end
        X=sum(e)/(m-1);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Minkowski pseudo-metrik

```
function X=fpfsd6(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
        end
        X=d^(1/p);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde normalleştirilmiş Minkowski pseudo-metrik

```
function X=fpfsnd6(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
        end
        X=(d^(1/p))/((m-1)*n)^(1/p);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde tip-2 Minkowski pseudo-metrik

```
function X=fpfsd7(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            d=0;
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
            e(i-1)=(d^(1/p));
        end
        X=sum(e);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde normalleştirilmiş tip-2 Minkowski pseudo-metrik

```
function X=fpfsnd7(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            d=0;
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
            e(i-1)=(d^(1/p));
        end
        X=sum(e)/((m-1)*(n^(1/p)));
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Hausdorff pseudo-metrik

```
function X=fpfsd8(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            for j=1:n
                d(j)=abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
            e(i-1)=max(d);
        end
        X=sum(e)^(1/p);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde normalleştirilmiş Hausdorff pseudo-metrik

```
function X=fpfsnd8(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            for j=1:n
                d(j)=abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
            e(i-1)=max(d);
        end
        X=sum(e)^(1/p)/((m-1)^(1/p));
    end
end
```

EK 2. Önerilen Pseudo-Benzerlik Fonksiyonlarının MATLAB Kodları

fpfs-matrisler üzerinde Hamming pseudo-benzerlik

```
function X=fpfss1(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j));
            end
        end
        X=1-(d/((m-1)*n));
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Chebyshev pseudo-benzerlik

```
function X=fpfss2(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            for j=1:n
                d(j)=abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j));
            end
            e(i-1)=max(d);
        end
        X=1-max(e);
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Euclidean pseudo-benzerlik

```
function X=fpfss3(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^2;
            end
        end
        X=1-(sqrt(d)/(sqrt((m-1)*n)));
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde tip-2 Euclidean pseudo-benzerlik

```
function X=fpfss4(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            d=0;
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^2;
            end
            e(i-1)=(d^(1/2));
        end
        X=1-(sum(e)/((m-1)*sqrt(n)));
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Hamming-Hausdorff pseudo-benzerlik

```
function X=fpfss5(a,b)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            for j=1:n
                d(j)=abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j));
            end
            e(i-1)=max(d);
        end
        X=1-(sum(e)/(m-1));
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Minkowski pseudo-benzerlik

```
function X=fpfss6(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        d=0;
        for i=2:m
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
        end
        X=1-((d^(1/p))/(((m-1)*n)^(1/p)));
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde tip-2 Minkowski pseudo-benzerlik

```
function X=fpfss7(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            d=0;
            for j=1:n
                d=d+abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
            e(i-1)=(d^(1/p));
        end
        X=1-(sum(e)/((m-1)*(n^(1/p))));
    end
end
```

fpfs-matrisler üzerinde Hausdorff pseudo-benzerlik

```
function X=fpfss8(a,b,p)
    if size(a)==size(b)
        [m,n]=size(a);
        for i=2:m
            for j=1:n
                d(j)=abs(a(1,j)*a(i,j)-b(1,j)*b(i,j))^p;
            end
            e(i-1)=max(d);
        end
        X=1-(sum(e)^(1/p)/((m-1)^(1/p)));
    end
end
```

EK 3. Geliştirilen Algoritmaların MATLAB Kodları

FPFSCC Sınıflandırma Algoritması

```
function PredictedClass=FPFSCC(train,C,test)
[em,en]=size(train);

    for j=1:en
        fw(1,j)=abs(corr(train(:,j),C,'Type','Pearson','Rows','complete'));
    end
fw(isnan(fw))=0;

[tm,n]=size(test);
data=[train;test];

    for j=1:n
        data(:,j)=normalise(data(:,j));
    end

train=[data(1:em,:),C];
test=data(em+1:end,:);
UClass=unique(C);

    for i=1:length(UClass)
        E(i,:)=mean(train((train(:,en+1)==UClass(i)),1:en));
    end

    for i=1:tm
        clear S;
        a=[fw ; test(i,:)];
        for j=1:length(UClass)
            b=[fw ; E(j,:)];
            S(j)=fpfss2(a,b); % Chebyshev pseudo-benzerlik
        end
        [ ,w]=max(S);
        PredictedClass(i,1)=UClass(w);
    end
end

function na=normalise(a)
[m,n]=size(a);
    if max(a)~=min(a)
        na=(a-min(a))/(max(a)-min(a));
    else
        na=ones(m,n);
    end
end
```

FPFSNHC Sınıflandırma Algoritması

```
function PredictedClass=FPFSNHC(train,C,test)
[em,en]=size(train);

    for j=1:en
        fw(1,j)=abs(corr(train(:,j),C,'Type','Pearson','Rows','complete'));
    end
fw(isnan(fw))==0;

[tm,n]=size(test);
data=[train;test];

    for j=1:n
        data(:,j)=normalise(data(:,j));
    end

train=[data(1:em,:),C];
test=data(em+1:end,:);
UClass=unique(C);

    for i=1:length(UClass)
        E(i,:)=mean(train((train(:,en+1)==UClass(i)),1:en));
    end

    for i=1:tm
        clear S;
        a=[fw ; test(i,:)];
        for j=1:length(UClass)
            b=[fw ; E(j,:)];
            S(j)=fpfssl(a,b); % Hamming pseudo-benzerlik
        end

        [ ,w]=max(S);
        PredictedClass(i,1)=UClass(w);

    end
end

function na=normalise(a)
[m,n]=size(a);
    if max(a)~=min(a)
        na=(a-min(a))/(max(a)-min(a));
    else
        na=ones(m,n);
    end
end
```

FPFSEC Sınıflandırma Algoritması

```
function PredictedClass=FPFSEC(train,C,test)
[em,en]=size(train);
[tm,n]=size(test);

    for j=1:en
        fw(1,j)=abs(corr(train(:,j),C,'Type','Pearson','Rows','complete'));
    end
fw(isnan(fw))==0;

data=[train;test];

    for j=1:n
        data(:,j)=normalise(data(:,j));
    end

train=data(1:em,:);
test=data(em+1:end,:);

    for i=1:tm
        a=[fw ; test(i,:)];
        for j=1:em
            b=[fw ; train(j,:)];
            Sr(j)=fpfss3(a,b); % Euclidean pseudo-benzerlik
        end

        [ ,w]=max(Sr);
        PredictedClass(i,1)=C(w);
    end
end

function na=normalise(a)
[m,n]=size(a);
    if max(a)~=min(a)
        na=(a-min(a))/(max(a)-min(a));
    else
        na=ones(m,n);
    end
end
```

FPFSCMC Sınıflandırma Algoritması

```
function PredictedClass=FPFSCMC(train,C,test)
[em,en]=size(train);

    for j=1:en
        fw(1,j)=abs(corr(train(:,j),C,'Type','Pearson','Rows','complete'));
    end
fw(isnan(fw))=0;

[tm,n]=size(test);

data=[train;test];
    for j=1:n
        data(:,j)=normalise(data(:,j));
    end
train=data(1:em,:);
test=data(em+1:end,:);

    for i=1:tm
        clear cm dm;
        a=[fw ; test(i,:)];
        for j=1:em
            b=[fw ; train(j,:)];
            cm(j,1)=fpfss1(a,b); %Hamming pseudo-benzerlik
            cm(j,2)=fpfss2(a,b); %Chebyshev pseudo-benzerlik
            cm(j,3)=fpfss3(a,b); %Euclidean pseudo-benzerlik
            cm(j,4)=fpfss5(a,b); %Hamming-Hausdorff pseudo-benzerlik
            cm(j,5)=fpfss6(a,b,3); %Minkowski pseudo-benzerlik
        end

        for jj=1:size(cm,2)
            sd(1,jj)=std(cm(:,jj));
        end

        pw(1,:)=1-normalise(sd)/4;
        dm(:,:)= [ pw ; cm];

        [ ,op]=sMBR01(dm); % sMBR01 Esnek Karar Verme Metodu
        PredictedClass(i,1)=C(op(1),1);
    end
end
```

FPFSAC Sınıflandırma Algoritması

```
function PredictedClass=FPFSAC(train,C,test)
[em,en]=size(train);
[tm,n]=size(test);

    for j=1:en
        fw(1,j)=abs(corr(train(:,j),C,'Type','Pearson','Rows','complete'));
    end
fw(isnan(fw))=0;
data=[train;test];
    for j=1:n
        data(:,j)=normalise(data(:,j));
    end
train=data(1:em,:);
test=data(em+1:end,:);
    for i=1:tm
        clear cm dm;
        a=[fw ; test(i,:)];
        for j=1:em
            b=[fw ; train(j,:)];
            cm(j,1)=fpfss1(a,b); %Hamming pseudo-benzerlik
            cm(j,2)=fpfss3(a,b); %Euclidean pseudo-benzerlik
            cm(j,3)=fpfss5(a,b); %Hamming-Hausdorff pseudo-benzerlik
            cm(j,4)=fpfss6(a,b,3); %Minkowski pseudo-benzerlik
            a1=test(i,:);
            a2=train(j,:);
            a1(a1==0)=0.0001;
            a2(a2==0)=0.0001;
            cm(j,5)=1-(2/pi)*atan(sum(abs(1-eig(diag(a1),diag(a2)))));
        end
        for jj=1:size(cm,2)
            sd(jj)=std(cm(:,jj));
        end
        pw(:)=1-normalise(sd);
        dm(:,:)= [ pw ; cm];

        [ ,op]=CCE10(dm); % CCE10 Esnek Karar Verme Metodu
        PredictedClass(i,1)=C(op(1),1);
    end
end

function na=normalise(a)
[m,n]=size(a);
    if max(a)~=min(a)
        na=(a-min(a))/(max(a)-min(a));
    else
        na=ones(m,n);
    end
end
```

FPFS-kNN Sınıflandırma Algoritması

```
function PredictedClass=FPFSkNN(train,C,test,k,corrname)
[em,en]=size(train);
    for j=1:en
        fw(1,j)=abs(corr(train(:,j),C,'Type',corrname,'Rows','complete'));
    end
fw(isnan(fw))=0;
[tm,n]=size(test);
data=[train;test];
    for j=1:n
        data(:,j)=normalise(data(:,j));
    end
train=data(1:em,:);
test=data(em+1:end,:);
UClass=unique(C);
    for r=1:numel(UClass)
        rtrain=train((C == UClass(r)),:);
        for i=1:tm
            a=[fw ; test(i,:)];
            for j=1:size(rtrain,1)
                b=[fw ; rtrain(j,:)];
                F(r,j,i,1)=fpfsd1(a,b); %Hamming pseudo-metrik
                F(r,j,i,2)=fpfsd2(a,b); %Chebyshev pseudo-metrik
                F(r,j,i,3)=fpfsd3(a,b); %Euclidean pseudo-metrik
                F(r,j,i,4)=fpfsd5(a,b); %Hamming-Hausdorff pseudo-metrik
                F(r,j,i,5)=fpfsd6(a,b,3); %Minkowski pseudo-metrik
            end
        end
        F(r,:,:,:)= sort(F(r,:,:,:),2);
        if(size(F,2)<k)
            G(r,:,:)=mean(F(r,1:size(F,2),:,:),2);
        else
            G(r,:,:)=mean(F(r,1:k,:,:),2);
        end
        clear F;
    end
    for i=1:tm
        [ ,h] =min(G(:,i,:));
        PredictedClass(i,1)=UClass(mode(h(1,1,:)));
        clear h;
    end
end
function na=normalise(a)
[m,n]=size(a);
    if max(a)~=min(a)
        na=(a-min(a))/(max(a)-min(a));
    else
        na=ones(m,n);
    end
end
```

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Samet MEMİŞ
Doğum Yeri : Çine
Doğum Tarihi : 01.01.1991

EĞİTİM DURUMU

Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, 2014
Yüksek Lisans Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, 2016
Doktora Öğrenimi : Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı, 2021
Bildiği Yabancı Diller : İngilizce

BİLİMSEL FAALİYETLERİ

a) Yayınlar

1) SCI / SCI-Expanded

Enginoğlu S., Erkan U., Memiş S., Pixel Similarity-Based Adaptive Riesz Mean Filter for Salt-and-Pepper Noise Removal, Multimedia Tools and Applications, 2019, 78(24), 35401–35418.
Memiş S., Enginoğlu S., Erkan U., Numerical Data Classification via Distance-Based Similarity Measures of Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Matrices, Expert Systems, 2020 (Under Review).
Memiş S., Enginoğlu S., Erkan U., A Classification Method in Machine Learning Based on Soft Decision-Making via Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Matrices, International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, (In Press).
Memiş S., Enginoğlu S., Erkan U., Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft k Nearest Neighbor Classifier, International Journal of Intelligent Systems, 2021 (Under Review).

2) Diğer

- Enginoğlu S., Memiş S., A Configuration of Some Soft Decision-making Algorithms via *fpps*-matrices, Cumhuriyet Science Journal, 39 (4), 871–881, 2018.
- Enginoğlu S., Memiş S., Comment on “Fuzzy Soft Sets” [The Journal of Fuzzy Mathematics, 9(3), 2001, 589–602], International Journal of Latest Engineering Research and Applications, 3(9), 1–9, 2018.
- Enginoğlu S., Memiş S., Öngel T., Comment on Soft Set Theory and uni-int Decision-Making [European Journal of Operational Research, (2010) 207, 848–855], Journal of New Results in Science, 7(3), 28–43, 2018.
- Enginoğlu S., Memiş S., Arslan B., Comment (2) on Soft Set Theory and uni-int Decision-Making [European Journal of Operational Research, (2010) 207, 848–855], Journal of New Theory, 25, 84–102, 2018.
- Enginoğlu S., Memiş S., Çağman N., A Generalization of Fuzzy Soft Max-Min Decision-Making Method and Its Application to a Performance-Based Value Assignment in Image Denoising, El-Cezerî Journal of Science and Engineering, 6(3), 466-481, 2019.
- Enginoğlu S., Memiş S., Karaaslan F., A New Approach to Group Decision-Making Method Based on TOPSIS Under Fuzzy Soft Environment, Journal of New Results in Science, 8(2), 42-52, 2019.
- Memiş S., Enginoğlu S., Erkan U., A Data Classification Method in Machine Learning Based on Normalised Hamming Pseudo-Similarity of Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Matrices, Bilge International Journal of Science and Technology Research, 3(Special Issue), 1-8, 2019.
- Enginoğlu S., Erkan U., Memiş S., Adaptive Cesáro Mean Filter for Salt-and-Pepper Noise Removal., El-Cezerî Journal of Science and Engineering, 7(1), 304-314, 2020.
- Enginoğlu S., Memiş S., A New Approach to Fuzzy Soft Max-Min Decision-Making Method with Criteria Weight and Its Application in Soft Decision-Making, Journal of New Results in Science, 9(1), 19-36, 2020.

b) Bildiriler

1) Uluslararası

- Enginoğlu S., Memiş S., A Review on An Application of Fuzzy Soft Set In Multicriteria Decision-making Problem [P. K. Das, R. Borgohain, Int. J. Comput. Appl. 38 (12) (2012) 33–37]. Proceeding of The International Conference on Mathematical Studies and Applications 2018, 173–178, 4-6 October 2018, Karaman.
- Enginoğlu S., Memiş S., Arslan B., A Fast and Simple Soft Decision-Making Algorithm: EMA18an. Proceeding of The International Conference on Mathematical Studies and Applications 2018, 428–436, 4-6 October 2018, Karaman.
- Enginoğlu S., Memiş S., Öngel T., A Fast and Simple Soft Decision-Making Algorithm: EMO18o. Proceeding of The International Conference on Mathematical Studies and Applications 2018, 179–187, 4-6 October 2018, Karaman.
- Enginoğlu S., Memiş S., A Review on Some Soft Decision-Making Methods. Proceeding of The International Conference on Mathematical Studies and Applications 2018, 437–442, 4-6 October 2018, Karaman.
- Memiş S., Enginoğlu S., A Data Classification Method in Machine Learning via Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Matrices. International Conferences on Science and Technology; Engineering Science and Technology (ICONST–EST–2019), pp. 36, 26-30 August 2019, Prizren, Kosovo.
- Memiş S., Enginoğlu S., An Application of Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Matrices in Data Classification. International Conferences on Science and Technology; Natural Science and Technology (ICONST–NST–2019), pp. 68-77, 26-30 August 2019, Prizren.
- Enginoğlu S., Erkan U., Memiş S., Adaptive Cesáro Mean Filter for Salt-and-Pepper Noise Removal. International Conferences on Science and Technology; Engineering Science and Technology (ICONST–EST–2019), pp. 37, 26-30 August 2019, Prizren, Kosovo.
- Erkan U., Thanh D. N. H., Enginoğlu S., Memiş S., Improved Adaptive Weighted Mean Filter for Salt-and-Pepper Noise Removal, Proceeding of The 2nd International Conference on Electrical, Communication and Computer Engineering (ICECCE 2020), pp. 1–5, 12-13 June 2020, Istanbul, Turkey.

2) Ulusal

Enginoğlu S., Memiş S., Esnek Karar Verme Metotları Üzerine. Trakya Üniversiteler Birliği Lisansüstü Öğrenci Kongresi, Sayfa 36, 29-30 Nisan 2016, Çanakkale.

c) Katıldığı Projeler

Bazı Esnek Karar Verme Algoritmaları ve Onların Bilgisayar Programı, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi (Araştırmacı), FYL-2015-684.

Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Karar Verme Üzerine, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi (Araştırmacı), FBA-2018-1367.

Tuz ve Biber Gürültülü Görüntülerde Gürültü Kaldırma Üzerine, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi (Araştırmacı), FHD-2018-1409.

2013-2019 Yılları Arasında Ortaya Atılan Esnek Karar Verme Metotlarının Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Matrisler Uzayına Yapılandırılması, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi (Araştırmacı), FBA-2020-3259, Devam Ediyor.

Video Konferans Destekli Dijital Öğrenme Materyali ve Öğrenme Yönetim Sistemi Geliştirilmesi, Türkiye Cumhuriyeti Sanayi ve Teknoloji Bakanlığı Ar-Ge Projesi (Araştırmacı), rating_uzem_101, Devam Ediyor

Sezgisel Bulanık Parametrelili Sezgisel Bulanık Esnek Matrislerin Makine Öğrenimine Uygulamaları, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi (Araştırmacı), FHD-2020-3465, Devam Ediyor.

Esnek Karar Verme Metotlarının Sezgisel Bulanık Parametrelili Sezgisel Bulanık Esnek Matrisler Uzayına Yapılandırılması, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi (Araştırmacı), FHD-2020-3466, Devam Ediyor.

d) Bilimsel Dergilerdeki Görevleri

1) Mizanpaj Editörlüğü

Journal of New Results in Science, 11/2019–

2) SCI, SCI-Expanded Kapsamında Yer Alan Dergilerdeki Hakemlikleri

Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2019, 2020

Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing, 2020,2021

International Journal of Intelligent Systems, 2020

International Journal of Fuzzy Systems, 2020

3) Diğer Uluslararası Dergilerdeki Hakemlikleri
Journal of New Theory, 2020, 2021

e) Bilimsel Dernek ve Kuruluşlardaki Üyelikler

1) Türk Matematik Derneği, 10/2019–

f) Verdiği Dersler

- 1) 2019-2020 Bahar Dönemi, 14MBG102 Mathematics II (%100 İngilizce), Lisans
- 2) 2019-2020 Bahar Dönemi, ENV1012 Mathematics II (%100 İngilizce), Lisans

g) Ödüller ve Burslar

- 1) TÜBİTAK Yayın Teşvik Ödülü (2020)
- 2) 2020-2021 TÜBİTAK-BİDEB 2211-C Yurtiçi Öncelikli Alanlar Doktora Burs Programı, “Yapay Zekâ ve Makine Öğrenmesi” Öncelikli Alanı

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurumlar ve Yıl : Açılım KPSS Kursu, 2015-2016
Birey Özel Öğretim Kursu, 2016-2017
Detay Özel Öğretim Kursu, 2017-2018
Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, 02/2020-06/2020
Rating Academy, 10/2020–

İLETİŞİM

E-posta Adresi : samettmemis@gmail.com
ORCID : 0000-0002-0958-5872
WOS ResearcherID : AAA-6139-2020
Scopus Author ID : 57211003875
TÜBİTAK ID : TBTK-0041-9016